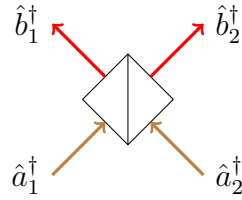


Úloha 4: Shlukování fotonů.

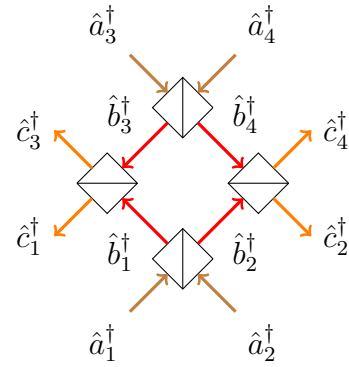
Termín odevzdání: 25. dubna 2025

Ideální polopropustné zrcátko („1:1 beam-splitter“, obr. 1), foton propustí i odrazí se stejnou pravděpodobností. Pokud jako $|a_1\rangle = \hat{a}_1^\dagger|0\rangle$ označíme stav „foton přichází šikmo zleva“, bude výsledkem $|a'_1\rangle = (|b_1\rangle + |b_2\rangle)/\sqrt{2} = (\hat{b}_1^\dagger + \hat{b}_2^\dagger)|0\rangle/\sqrt{2}$, tedy kombinace stavů „foton odchází šikmo doleva“ a „foton odchází šikmo doprava“. Podobně z počátečního stavu $|a_2\rangle = \hat{a}_2^\dagger|0\rangle$ dostaneme výsledný stav $|a'_2\rangle = (|b_1\rangle - |b_2\rangle)/\sqrt{2} = (\hat{b}_1^\dagger - \hat{b}_2^\dagger)|0\rangle/\sqrt{2}$.¹

V této úloze budeme vyšetřovat závislost výstupu na vstupech ze soustavy čtyř ideálních polopropustných zrcadel, obr. 2, která se dá použít ke studiu nerozlišitelnosti fotonů.² Soustava má čtyři vstupy, do kterých můžeme poslat foton (synchronizovanou, polarizovanou monochromatickou vlnu), znázorněné hnědými šipkami. Má také čtyři výstupy, na kterých můžeme foton detekovat, znázorněné oranžovými šipkami. Aparatura je vyladěná a nemění stav (polarizaci) fotonu.



Obr. 1: Polopropustné zrcadlo.



Obr. 2: Soustava poloprop. zrcadel.

1. Uvažujte, že na oba vstupy polopropustného zrcadla z obr. 1 přicházejí identické fotony, tedy počáteční stav systému je $|\psi\rangle = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger |0\rangle$. S jakou pravděpodobností detekujeme v prvním výstupu z tohoto zrcadla dva fotony, tedy stav systému $|\psi''\rangle = \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1^\dagger |0\rangle$? (1 bod)
2. Jaké možnosti mohou nastat, a s jakými pravděpodobnostmi, pokud na jeden ze vstupů v obr. 1 přivedeme dvojici identických fotonů a na druhý nic? (1 bod)
3. Jaké počty fotonů můžeme detekovat na výstupech ze soustavy z obr. 2 a s jakou pravděpodobností, pokud přivedeme identické fotony na první a druhý vstup (třetí a čtvrtý necháme prázdné)? (2 body)
4. S jakou pravděpodobností detekujeme čtyři fotony na výstupu 1 ze soustavy na obr. 2, pokud přivedeme identické fotony po jednom na všechny čtyři vstupy? Jaká je pravděpodobnost, že na každém výstupu detekujeme právě jeden foton? Jak by obojí dopadlo se shodně polarizovanými elektrony? (4 body)
5. Jaké by byly pravděpodobnosti v bodech 3 a 4, pokud bychom místo identických fotonů používali rozlišitelné částice? (2 body)

¹Viz také domácí úlohu číslo 4 z roku 2015.

²M. C. Tichy a kol., „Four-photon indistinguishability transition“, *Phy. Rev. A* 86, 062111 (2011).