

Úloha 5: Excitace atomu vodíku rychlým průletem nabitě částice (semiklasicky).

Termín odevzdání: do zkoušky

Uvažujte atom vodíku v základním stavu, kolem nějž proletí těžká rychlá nabitá částice. Předpokládejte, že částice má tak velkou energii, že výměna energie s uvažovaným atomem vodíku neovlivní její dráhu ani rychlost, tj. že částice proletí po přímce s nejbližším přiblížením do vzdálenosti b od středu atomu daného polohou protonu, který uvažujte rovněž jako nehybný po celou dobu průletu (přiblížení nekonečné hmotnosti protonu). V prvním řádu poruchové teorie spočtete amplitudy pravděpodobnosti excitace atomu vodíku do 2s stavu a do každého ze tří 2p stavů. Nápověda:

- Interakční Hamiltonián $V(t)$ rozložte do multipólového rozvoje

$$V(t) \equiv \frac{G}{|\vec{r} - \vec{R}(t)|} = \sum_{LM} \frac{4\pi G}{2L+1} \frac{r^L}{R(t)^{L+1}} Y_{LM} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) Y_{LM}^* \left(\frac{\vec{R}(t)}{R(t)} \right),$$

kde G je síla poruchy (daná nábojem částice), $\vec{R}(t)$ je trajektorie částice a \vec{r} je souřadnice elektronu v atomu vodíku. Rozmyslete, které maticové elementy přispějí k excitační amplitudě v první řádu poruchové teorie a spočtete je.

- Integrály přes časovou proměnnou vyjádřete pomocí modifikované Besselovy funkce

$$K_\nu(x) = \frac{2^\nu \Gamma(\nu + 1/2)}{\sqrt{\pi} x^\nu} \int_0^\infty \frac{\cos(xt) dt}{(t^2 + 1)^{\nu+1/2}}$$

a její derivace, kde $\Gamma(x)$ je Eulerova gama funkce; $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$, $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$.