

Úloha 2: Spinový řetízek - překlápění

Termín odevzdání: 21. března

Nechť interakce tří částic se spinem $\frac{1}{2}$ je popsána hamiltoniánem

$$H = \frac{\omega}{\hbar} (2\vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)} + 2\vec{S}^{(2)} \cdot \vec{S}^{(3)} - \vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(3)})$$

Najděte stacionární stavy systému.

V čase $t=0$ je systém připraven ve stavu $| - + + \rangle$ v němž je z-složka spinu částice 1 rovna $-\hbar/2$ a ostatní dvě částice mají z-složky spinu rovny $\hbar/2$. Najděte časovou závislost pravděpodobnosti nalezení hodnoty $-\hbar/2$ pro z-složku spinu částice 3.

Návod:

1. Ukažte, že hamiltonián komutuje se složkami operátoru celkového spinu $S = s^{(1)} + s^{(2)} + s^{(3)}$ všech tří částic a také s kvadrátem operátoru $S^{(13)} = s^{(1)} + s^{(3)}$ celkového spinu částice 1 a 3.
2. Najděte společné vlastní vektory kvadrátu a z-složky $S^{(13)}$ (příslušná kvantová čísla označíme j, m) a z nich zkonstruujte vlastní vektory kvadrátu a z-složky S (kvantová čísla J, M).
3. Vyjádřete vlastní hodnoty H pomocí kvantových čísel J, M a j .
4. Napište počáteční vektor $| - + + \rangle$ jako lineární kombinaci stacionárních stavů a spočtěte požadovanou pravděpodobnost měření z-složky poslední částice v čase t .

