Setrvačné síly

(projekt Descartes) Desc-setrvE.TEX 2013-04-10

jan.obdrzalek@mff.cuni.cz

Abstrakt: Článek vysvětluje, že „setrvačné síly“ (fiktivní, zdánlivé, nověji kinematické) jsou jen doplňkem vytvořeným proto, aby pohybové rovnice zachovaly svůj tvar i v neinerciálních vztažných soustavách. Odstředivá i Coriolisova síla jsou názorně odvozeny grafickou cestou (bez diferenciálního počtu), např. pro výklad odklonu pasátů na otáčející se Zeměkouli[1].

Text je míněn pro učitele k použití na SŠ. Obsahuje proto občas i „naivní“ úvahy, se kterými se učitel snadno setká.

Motto:

Setrvačné „síly“ jsou jen přílepek pro to, aby 2. Newtonův zákon platil třeba i na kolotoči.

1 O způsobných dětech a částicích a o nenormálních situacích

1.1 Jak se má chovat způsobné dítě

Výchova dítěte začíná v útlém dětství v rodině. Dítko ze dozví, jak se „normálně“ správně chovat: nemá moc křičet, má slušně a věcně odpovídat na otázky, nemá lhát apod. Tato pravidla jsou celkem jednoduchá a srozumitelná, a proto i celkem pochopitelná a snadno zapamatovatelná.

1.2 Správné chování dítěte za nenormálních situací

Problém v životě je v tom, že ne všechny situace jsou „normální“. Křičet se nemá, ale na hodného starého dědečka se křičet musí, protože nedoslýchá. Lhát se sice taky nemá, ale tetičce se neříká (dle pravdy), že je protivná. A vůbec, než řeknu pravdu cizímu člověku, mám uvážit, zda má vůbec *on* právo tu pravdu znát a *já* právo ji sdělit. Někdy je správnější zamlčet. Dítko záhy zjišťuje, že nenormálních situací je hodně.

Naštěstí ani v nenormálních situacích není dítě ztracené a bezradné. V podstatě stačí uvážit, co v takové situaci přebývá nebo čeho se nedostává a podle toho pak něco ubrat nebo přidat k normálnímu chování.

$\hookleftarrow$ Touto značkou oddělujeme rozšiřující poznámky, které nejsou nutné pro pochopení problematiky a lze je v prvním čtení (ba i v dalších) přeskočit. Například celá kapitola 2. Anebo následující zobecnění.

$\hookleftarrow$ Dítě nakonec zjistí, že i ono samo je stejně „nestandardní“, jak nenormální, tak obyčejné jako všichni ostatní lidé. Pak si poradí i s tím, že opravdu „normální“ situace vlastně nemusí nastat nikdy. To už pak ovšem nebude dítě, ale dospělý člověk.

1.3 Jak se má chovat způsobná částice

Mechanika zkoumá pohyby těles; kinematika jen popisuje („Jak?“), dynamika také zdůvodňuje („Proč?“). My se pro jednoduchost omezíme na nejjednodušší těleso — částici neboli hmotný bod, tedy tělísko se zcela zanedbatelnými vlastními rozměry (v rámci dané úlohy); jeho poloha je plně popsána jediným bodem.

Naším dítětem bude tedy *částice*. Částice je volná, když na ni nepůsobí žádné vlivy, tj. ani síly = interakce (např. magnetismus), ani vazby = omezení v pohybu (např. koleje), resp. když se všechny na ni působící vlivy navzájem dohromady vyruší. Volná částice v „normálních“ situacích by měla dodržovat *první Newtonův zákon (1NZ)* neboli *zákon setrvačnosti*:

1NZ: Volná částice se pohybuje rovnoměrně přímočaře (anebo je v klidu).

Co se týče účinku sil, poradí nám *druhý Newtonův zákon (2NZ)* neboli *zákon síly*, totiž

Výsledná síla $\vec{F}_\Sigma$ („výslednice“) udělí částici s hmotností M zrychlení $\vec{A}$, kde $M\vec{A} = \vec{F}_\Sigma$. (1)

[1] Pro názornost užívám termín „Zeměkoule“ tehdy, když uvažuji její otáčení (neinerciální soustava). Jinak je to „Země“.

Zde je výsledná síla $\vec{F}_\Sigma$ rovna součtu $\vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{skut}}$ všech skutečných sil na částici působících:

$$\textit{(2NZ:)} \qquad M\vec{A} = \vec{F}_\Sigma \tag{1}$$
$$\vec{F}_\Sigma = \vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{skut}} \qquad \text{(zatím).} \tag{2}$$

Je ale ještě jiná možnost, jak ovlivnit částici, a to je *vazba*. Vazbou nazýváme každé omezení pohybu, ať už co do polohy nebo co do směru. Příklady z technické praxe jsou třeba čepy, klouby, kladky, kolejnice. Pro jednoduchost uvažme časově neproměnné vymezení povolené trati[2] dané např. rovnicí $f(x, y, z) = 0$ vymezující plochu, po níž se jedině může bod se souřadnicemi x, y, z může pohybovat a kterou nemůže opustit. Co s tím? Jak upravit 2NZ, aby platil i nadále, když částice není volná?

Pomůžeme si trikem: naši *vazbu* nahradíme vhodnou *vazbovou silou*. Ta bude právě taková, aby sice udržela částici „na cestě pravé“, ale jinak ji nijak neovlivnila, zejména aby jí nedodávala nebo neubírala energii. Pro zachování energie stačí, když tato síla $\vec{F}$ bude zásadně kolmá na dráhu, tj. na posunutí $\mathrm{d}\vec{r}$ částice; pak $\mathrm{đ}W \equiv \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = 0$. Tím je určen směr — a velikost je pak dána jednoznačně: tak „akorát“, aby částici „dotlačila“ přesně na dráhu, ale nepřetlačila o kus dál.

Příkladem budiž táta s klukem na cestičce v parku; v pozadí bdí hlídač. Jak zaručit, aby kluk dodržel vazbu, tj. nešlapal na trávník? Stačila by klasická *vazba*, tj. tyč podél křivolaké cestičky, na ní navlečený kroužek, a ten je přikován k nožičce dítěte. Otec coby vnější vliv je pak nadbytečný. V praxi ale taková vodítka podél cest nemáme, a proto nezbývá, než aby otec fungoval jako *vazbová síla*: při pokusu kluka o vychýlení na něj zapůsobí vhodnou silou $\vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{vazb}}$: má směr kolmo k cestičce, a velikost právě takovou, aby kluka přiměl dojít až na cestičku, ale ne dál.

$\hookleftarrow$ Pro toho, kdo má raději vzorce: $\vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{vazb}} = \lambda\,\vec{\mathrm{grad}}\,f$, kde f je funkce popisující vazbu $f(x, y, z) = 0$ a $\lambda(x, y, z)$ je další neznámá; určuje velikost síly a spočte se tak, aby vazba $f(x, y, z) = 0$ byla splněna.

Tím jsme zobecnili dosavadní pojem síly: k silám skutečným jsme přidali ještě *síly vazbové* $\vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{vazb}}$ vypočítané tak, aby nahradily jistý „nedostatek“, totiž že částice nebyla volná:

$$\vec{F}_\Sigma = \vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{skut}} + \vec{F}_{\Sigma\,\mathrm{vazb}} \tag{3}$$

a i nadále platí 2NZ ve tvaru rov. 1, tedy

$$\textit{(2NZ:)} \qquad M\vec{A} = \vec{F}_\Sigma \quad .$$

První zobecnění sil tedy už máme za sebou. A co je to „normální situace“? Popis polohy a pohybu částice závisí na tom, vůči čemu popisujeme, neboli závisí na volbě vztažné soustavy (= vztažného systému). Je proto na místě otázka, jakou vztažnou soustavu máme na mysli při měření polohy a zrychlení. Použijeme pro jednoduchost z historie představu Newtonova *absolutního prostoru* a *absolutního času* jakožto té nejsprávnější, „nejnormálnější“ vztažné soustavy.

$\hookleftarrow$ Nelamte si hlavu s tím, kde v hlubinách vesmíru má absolutní prostor svůj počátek a jak má orientovány osy; stejně se vzápětí ukáže, že je to jedno, protože přesně stejné vlastnosti má i každá jiná vztažná soustava, která se vůči té „absolutní“ pohybuje rovnoměrně přímočaře anebo je v klidu, a v níž jde čas rovnoměrně vůči času absolutnímu (tzv. inerciální soustava). Podstatné pro nás je jen to, že nějaká *taková soustava* vůbec *existuje*. Proto také v moderním pojetí pokládáme zákon setrvačnosti za *existenční* teorém, zajišťující existenci (aspoň jedné) inerciální vztažné soustavy.

Jinými slovy: když měříme polohu v newtonovském absolutním prostoru a čase (tuto „nejsprávnější“ vztažnou soustavu označíme $\mathcal{S}_0$), zjistíme, že souřadnice volné částice závisejí na čase lineárně[3]. Volná částice má tedy rychlost neproměnnou a zrychlení nulové. Pokud je v klidu, je dobře a řekneme, že i nadále bude stát „ze setrvačnosti“; pokud se pohybuje (rovnoměrně přímočaře), je taky dobře a i zde užijeme totéž slovo: řekneme, že se částice pohybuje *setrvačností*[4] (příp. pohybuje se *ze setrvačnosti*). Setrvačnost, latinsky inertia, je vlastností každé částice s hmotností $m > 0$.

Určení polohy, a tím i popis a klasifikace pohybu, závisí na volbě vztažné soustavy. Pootočíme-li vztažnou soustavu kolem počátku, zůstane polohový vektor týž, ale bude popsán jinými souřadnicemi (resp. složkami). Zvolíme-li však počátek vztažné soustavy jinde, změní se i polohový vektor. Veličiny, jejichž hodnota závisí na volbě vztažné soustavy, nazýváme *relativní*. Veličiny, jejichž hodnota nezávisí na volbě vztažné soustavy (třeba hmotnost m nebo vzdálenost d_{AB} dvou bodů), nazýváme *absolutní*.

Vztažnou soustavu $\mathcal{S}$ nazýváme *inerciální*, jestliže při měření v ní má každá volná částice nulové zrychlení (tedy se pohybuje rovnoměrně přímočaře nebo je v klidu). Vztažná soustava $\mathcal{S}_0$ absolutního prostoru a času

[2] Tj. vazba holonomní, skleronomní, oboustranná, ale nemusíme pouštět hrůzu a nazývat ji plným jménem.

[3] Do lineární závislosti se samozřejmě vejde i speciální případ, že se její souřadnice s časem nemění vůbec – částice je v klidu.

[4] Opět pozor: *setrvačností* ano, ale nikoli setrvačnou *silou*! Na klid ani na rovnoměrný přímočarý pohyb částice žádnou sílu nepotřebuje. Viz Dodatek 9.2.

je ovšem inerciální už svým zavedením, z 1NZ. Víme však již od Galilea, že inerciální je nejenom $\mathcal{S}_0$, ale i každá jiná vztažná soustava $\mathcal{S}$, která se vůči $\mathcal{S}_0$ pohybuje rovnoměrně přímočaře (anebo je v klidu). Souřadnice volné částice měřené v kterékoli inerciální soustavě totiž také závisí na čase lineárně.

Otázka: Když inertia znamená setrvačnost, proč označujeme přívlastkem „inerciální“ právě vztažnou *soustavu*, a nikoli *částici*?

Odpověď: Setrvačnost je sice vlastností částice, ale její polohu, a tedy ověření toho, jak se pohybuje, zjišťujeme vůči konkrétní vztažné soustavě. Kdyby se nám tato soustava pohybovala pod rukama, naměřili bychom v ní jiné hodnoty polohy a jejich závislost na čase by nemusela být lineární. Takovou soustavu bychom nazvali *neinerciální*. Zcela konkrétně: každá vztažná soustava, která se vůči nějaké inerciální soustavě *otáčí*, je určitě neinerciální.

1.4 Správné chování částice v nenormálních situacích: neinerciální soustava

Problém v mechanice je stejný jako v životě: ne každá situace je „normální“. Můžeme totiž někdy potřebovat popis pohybu částice v soustavě, která není inerciální. (Takovou soustavu budeme za trest značit malým písmenem $\mathcal{N}$, malé písmo užijeme taky pro vše, co s ní souvisí: x, a, … a údaje v obrázku budou červené oproti zeleným údajům z $\mathcal{S}$.) Zajímá-li nás Foucaltovo kyvadlo nebo stáčení pasátů, musíme uvážit, že Zeměkoule, na níž stojíme a vůči níž provádíme měření, se otáčí kolem své osy. Soustava $\mathcal{N}$ s ní spjatá proto není inerciální, jenže popis „mimo Zeměkouli“ by byl evidentně nepraktický. Uvažme nyní, co při novém popisu v pohybové rovnici zůstává[5] a co se mění:

- (stejné) Časy T i t plynou „stejně rychle“. Mohou sice třeba mít navzájem posuv (host z jiného časového pásma, $t = T - T_0$), ale protože všude používáme jen *dobu* $\Delta T = T_2 - T_1$, resp. $\Delta t = t_2 - t_1$, tedy rozdíl dvou časových okamžiků, toto T_0 se nikde neuplatní: $\Delta t = \Delta T$.

- (stejné) Hmotnost částice M je také na vztažné soustavě nezávislá: $m = M$.

- (stejné) Skutečné síly $\vec{F}$ popisují interakci mezi částicemi, a ta rovněž nezávisí na tom, zda a kdo ji odkud popisuje. Obě dynamické[6] veličiny tedy zůstávají stejné, na volbě vztažné soustavy nezávislé: $\vec{f} = \vec{F}$.

  Rozklad vektoru do složek podle os X, Y, Z anebo x, y, z ovšem na volbě vztažné soustavy závisí, protože *vztažné trojhrany* xyz a XYZ mohou být vůči sobě natočené. Proto $\vec{f} = \vec{F}$, ale obecně[7] $f_x \neq F_X$, $f_y \neq F_Y$ a $f_z \neq F_Z$.

- (změna) Zrychlení $\vec{A}$ je časovou změnou rychlosti $\vec{V}$ a ta je časovou změnou polohy $\vec{R}$. Počítáme ho z časového průběhu polohy částice jako

$$\vec{A} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta T}; \qquad \vec{V} = \frac{\Delta\vec{R}}{\Delta T} \qquad \text{a podobně} \qquad \vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}; \qquad \vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \tag{4}$$

  Tady je sice $\Delta t = \Delta T$, ale platí obecně $\vec{r} \neq \vec{R}$, tedy obecně i $\Delta\vec{r} \neq \Delta\vec{R}$, $\quad \vec{v} \neq \vec{V}$, $\quad \vec{a} \neq \vec{A}$.

- (náprava) Vzájemná poloha bodů A, B nezávisí na volbě vztažné soustavy: $\vec{R}_B - \vec{R}_A = \vec{r}_B - \vec{r}_A$.

  Provedeme tedy odvození nikoli pro $\vec{R}$, ale pro $\vec{R}_B - \vec{R}_A$, a za bod A vezmeme konkrétně počátek oné neinerciální soustavy $\mathcal{N}$. Pak je ovšem $\vec{r}_\mathrm{A} = \vec{r}_\mathcal{N} = \vec{0}$, $\vec{R}_\mathrm{A} = \vec{R}_\mathcal{N}$ a platí

$$\vec{R}_\mathrm{B} - \vec{R}_\mathcal{N} = \vec{r}_\mathrm{B} - \vec{0} \quad \text{, čili} \tag{5}$$
$$\vec{R} - \vec{R}_\mathcal{N} = \vec{r} \tag{6}$$
$$\vec{V} - \vec{V}_\mathcal{N} = \vec{v} \tag{7}$$
$$\vec{A} - \vec{A}_\mathcal{N} = \vec{a} \tag{8}$$

Poslední rovnici vynásobíme hmotností $M = m$ a interpretujeme:

$$M\vec{A} + (-m\vec{A}_\mathcal{N}) = m\vec{a} \tag{9}$$

[5] Samozřejmě klasicky. V relativitě je $M \neq m$; i s tím bychom si uměli poradit, ale teď se tím nezdržujme.

[6] Připomeňme, že kinematické veličiny (poloha $\vec{R}$, čas T, rychlost $\vec{V}$, zrychlení $\vec{A}$) popisují, *jak* pohyb probíhá. Dynamické veličiny (hmotnost M, síla $\vec{F}$) popisují, *proč* tak pohyb probíhá.

[7] To úsloví, že „obecně $a \neq b$“ varuje, že někdy může náhodou být i $a = b$, ale spolehnout se na to nelze. Např. „Různí lidé mají obecně různá jména.“

V $\mathcal{S}$ má 2NZ tvar $\vec{F}_\Sigma = M\vec{A}$, kde $\vec{F}_\Sigma$ je součet všech (skutečných a vazbových) sil. My bychom tento tvar rádi zachovali i v $\mathcal{N}$, tedy $\vec{f}_\Sigma = m\vec{a}$. Tady ale vadí člen $(-m\vec{A}_\mathcal{N})$. Ten má fyzikální rozměr síly; nazveme ho tedy *setrvačnou silou* $\vec{F}_{\text{setr}}$ a při popisu v neinerciální soustavě ho vždy přidáme ke skutečným silám $\vec{F}_\Sigma$. Bude tedy

$$\begin{aligned}
(-m\vec{A}_\mathcal{N}) &\equiv \vec{F}_{\text{setr}} && (10)\\
\vec{F}_\Sigma + \vec{F}_{\text{setr}} &= \vec{F}_{\Sigma\,\text{skut}} + \vec{F}_{\Sigma\,\text{vazb}} + \vec{F}_{\text{setr}} \\
&\equiv \vec{f}_\Sigma \qquad \text{a nyní platí i v } \mathcal{N} && (11)\\
m\vec{a} &= \vec{f}_\Sigma \quad , && (12)
\end{aligned}$$

když jsme zavedli dodatečný výraz $\vec{F}_{\text{setr}} = (-m\vec{A}_\mathcal{N})$, tzv. *setrvačnou sílu* jako příspěvek k dosavadním silám.

Měřeno z neinerciální *soustavy se částice pohybuje podle 2NZ tak, jako by na ni vedle všech skutečných a vazbových sil navíc působila tzv.* setrvačná síla $\vec{F}_{\text{setr}} = (-m\vec{A}_\mathcal{N})$.

Výraz pro zrychlení $\vec{A}_\mathcal{N}$ sestává z více členů. Tyto členy mají své názvy a podle nich nazýváme i jim odpovídající dílčí setrvačné síly: *unášivá*, *odstředivá*, *Coriolisova*, *Eulerova*, viz kap.2.

$\hookleftarrow$ A je to podobné jako s přerodem dítěte v dospělého. Můžeme totiž jít ještě dále, až k obecné teorii relativity. To nejprve odvodíme pohybové rovnice v nejobecnějších křivočarých souřadnicích. Pak do nich zahrneme, že prostor a čas spolu úzce souvisejí (přes konstantní rychlost světla). Nakonec si uvědomíme, že kvůli existenci gravitace[8] *neexistuje* žádná inerciální soustava ($\mathcal{S}_0$, tedy ani $\mathcal{S}$). Ale naše nejobecnější pohybové rovnice pro svou platnost již žádnou inerciální soustavu nepotřebují, a proto platí i tak. Tím už pak ovšem nejsme v klasické mechanice, ale zvládli jsme obecnou teorii relativity. Ale o tom zase v jiném kurzu.

1.5 Čtyři důležité poznámky

1) Právě zavedená setrvačná „síla“ $\vec{F}_{\text{setr}} = (-m\vec{A}_\mathcal{N})$ (a samozřejmě tím i všechny dílčí, na které si ji pro názornost rozkládáme) je zřejmě jen kinematickou, z polohy a času spočítanou berličkou, aby nám zůstal zachován 2. Newtonův zákon coby pohybová rovnice, a nepopisuje tedy žádnou skutečnou *interakci* mezi částicí a „něčím okolo“ – tělesy ani vazbami. Proto k ní *neexistuje* žádná reakce; nelze na ni použít 3. Newtonův zákon (zákon akce a reakce). Speciálně setrvačná síla odstředivá *není* reakcí na dostředivou sílu!

Rozmyslete si do důsledků, že „setrvačná síla“ není nikdy síla ve smyslu interakce, ale jen způsob popisu zrychlení v jiné (neinerciální) soustavě. Pokud si narazím nos, když tramvaj prudce zabrzdí, pak z hlediska (neinerciální) tramvaje mnou tlačila setrvačná síla proti stěně, a ta svou pevností (neprohnula se, neprotrhla se) mi způsobila úraz. Z hlediska mého však stěna nebyla klidná, ale pohybovala se mi vstříc, až mne udeřila. Setrvačnou sílu potřebuji „do počtu“ – pro soulad s relativním zrychlením, aby mi vyšel 2NZ při výpočtu vůči tramvaji. Ale úraz mi způsobí vždy nějaká *skutečná* síla – interakce (zde: kontaktní síla) mezi mým nosem a zdí!

2) Všimněte si, že důsledně říkáme, že polohu a pohyb částice ***popisujeme*** v inerciální nebo neinerciální soustavě, a vyhýbáme se výrokům typu *částice* ***je*** *v inerciální (neinerciální) soustavě*. Řečeno lehčím slohem: částice *nepřísluší* žádné vztažné soustavě, anebo přísluší stejným právem všem soustavám – jak si vyberete[9]. Částice ***je*** (existuje) sama o sobě a je jí naprosto jedno, zda ji popisujeme a z jaké vztažné soustavy.

3) Když běžně popisujeme pohyb Slunce (a celé nebeské klenby) vůči Zeměkouli (ve vztažné soustavě spojené se Zeměkoulí), tak říkáme, že se Slunce otáčí kolem Zeměkoule, a máme pravdu stejně jako zelení mužíčci na zcela jiné planetě, tvrdící, že (v jejich vztažné soustavě) se naše Slunce s celou oblohou točí kolem nich. Kolem čeho se tedy opravdu naše Slunce točí? To je jen otázka popisu, a popisů je tolik, kolik je pozorovatelů, třebaže naše Slunce je jen jediné. (Rozmyslete si krásný výrok „Sluníčko zašlo za mraky.“).

V heliocentrické soustavě Koperníkově obíhá Zeměkoule kolem Slunce, v geocentrické Ptolemaiově obíhá Slunce kolem Zeměkoule. Běžná hovorová fráze „heliocentrická soustava je správná, geocentrická je nesprávná“ není pravdivá: vůbec žádná vztažná soustava není (a z principu ani nemůže být) nesprávná. Pravda je, že geocentrická soustava *není inerciální*, a proto popis pohybu (= kinematika) ostatních planet v ní vychází složitější. Heliocentrická soustava s počátkem v těžišti sluneční soustavy a s osami neotáčejícími se vůči „stálicím“ má k inerciální soustavě mnohem blíže a kinematika je v ní podstatně jednodušší. To je vše,

[8] Žádná volná částice totiž neexistuje: na každou působí gravitace, a tu není čím odstínit, když působí na všechny hmoty úplně stejně!

[9] Asi jako muž, který je věrný všem ženám.

co se dá pravdivě říct: ale složitost a tím i „neobratnost“ neznamená nesprávnost. Můžeme s klidem, jak je nám libo, užívat kterékoli z obou soustav, anebo třeba soustav ještě divočejších (třeba soustavu spjatou s kolotočem, rozjíždějícím se na otáčející se Zeměkouli, nebo soustavu spjatou s kývající se houpačkou). Jen se nám bude dost složitě počítat...

4) Konstatujeme-li tedy v rozjíždějící se tramvaji $\mathcal{N}$, že na nás působí setrvačná síla a tlačí nás do sedadla, pak stejně oprávněně musíme konstatovat, že na domy, koleje, stromy atd. působí v $\mathcal{N}$ tatáž setrvačná síla jako na nás. Protože však tyto objekty nemají za sebou pro opření tramvajové sedadlo, které by bylo v klidu (vůči $\mathcal{N}$ = tramvaji), neopřou se a musejí se pohybovat vůči $\mathcal{N}$ se zrychlením daným touto setrvačnou silou, a to dozadu (opět vůči $\mathcal{N}$ = tramvaji).

Toto vše si důkladně rozmyslete. Student mívá totiž často zábrany: je ochoten počítat s odstředivou silou působící na broučka sedícího na podlaze kolotoče, ale váhá o působení setrvačných sil při popisu pohybu dravé mouchy sledující tohoto broučka a letící stále těsně nad ním, a vůbec si nepřipouští (byť stále při popisu vůči kolotoči) potřebu použít odstředivé síly pro popis vysoko nad kolotočem kroužícího kosa zaujatého broučkem i mouchou, nebo dokonce pro popis stromu stojícího opodál, z něhož vše sleduje se zájmem kosice. Chceme-li ale zkoumat fyziku z kolotoče (rozumí se: popisovat fyzikální děje z neinerciální vztažné soustavy spojené s otáčejícím se kolotočem), pak nutně zjistíme, že se např. domy na náměstí točí dokola kolem osy kolotoče. Zdůvodníme to tím, že na ně (v soustavě kolotoče) působí setrvačná síla odstředivá a Coriolisova, a to stejným právem jako na broučka, mouchu, kosa, kosici, strom, domy kolem i Slunce nad nimi všemi. Setrvačné síly jsou prostě univerzální daní odvedenou pohybovým rovnicím za to, že zůstanou platné i při popisu polohy, rychlosti a zrychlení vůči neinerciální soustavě, jakou je v tomto případě kolotoč.

1.6 Jak popisovat co nejvýhodněji

Pro popis dějů v neinerciální soustavě $\mathcal{N}$ jsou vhodné takové pohybové rovnice, v nichž se budou vyskytovat

- *souřadnice zkoumaných objektů* vyjádřené výhradně v neinerciální soustavě $\mathcal{N}$ (např. že na Zeměkouli se na severní polokouli stáčejí pasáty doprava – vůči Zeměkouli);

- a jenom *popis pohybu neinerciální soustavy $\mathcal{N}$ samotné* bude vyjádřen v soustavě inerciální $\mathcal{S}$, např. že Zeměkoule se kolem své osy točí od západu k východu úhlovou rychlostí $\vec{\Omega}$ (vůči sluneční soustavě $\mathcal{S}$). (Pragmaticky vzato, všechna písmenka budou malá, jen $\vec{A}_{\mathcal{N}}$, případně $\vec{\Omega}$, bude velké.)

1.7 Jak na to půjdeme my

Učitel zná jistě odvození setrvačných sil ze základního kurzu fyziky. Zde ho shrnujeme v následující kapitole 2. Toto odvození ovšem vyžaduje vektorový a diferenciální počet (kalkul), který není v osnovách SŠ.

Proto v dalších kapitolách nahradíme kalkul grafickou metodou: spojitý děj jakoby nafilmujeme, diferenciál bude nahrazen rozdílem mezi dvěma sousedními políčky a zjistíme, že 1) dané políčko P_0; 2) předchozí políčko $P_\ominus$ a 3) následující políčko $P_\oplus$ nám stačí k určení všech potřebných veličin částice v okamžiku t_0: polohy, rychlosti, zrychlení, i síly na částici podle 2NZ působící.

Dále zjistíme, že nejobecnější přemístění (tělesa, vztažné soustavy) je *kinematický šroub*, tj. posuv podél přímky + otočení kolem ní.

Konečně určíme setrvačné síly pro částici klidnou a pro tři k sobě kolmá posunutí; tím budou setrvačné síly určeny při libovolném posunutí, resp. při libovolném přemístění částice.

A bude nám při tom všem pomáhat náš anděl strážný popisem z vhodného inerciálního systému.

2 $\hookleftarrow$ Neinerciální vztažné soustavy – analytická metoda

(Tato kapitolka je tu jen pro srovnání našeho a standardního postupu. Vůbec nevadí, že by ji středoškoláci nerozuměli. My to totiž nebudeme dělat takhle, ale graficky.)

V teoretické mechanice na VŠ se při popisu pohybu v neinerciálních souřadnicích („relativní pohyb“) užívá metoda analytická. Dokáže se, že nejobecnější přemístění $\mathcal{N}$ vůči $\mathcal{S}$ lze popsat pomocí posunutí $\mathrm{d}\vec{R}_{\mathcal{N}}$ jejího počátku $O_{\mathcal{N}}$ a otočení $\mathrm{d}\Phi$ kolem směru tohoto posunutí (*kinematický šroub* popsaný dále). Trvá-li tedy toto přemístění dobu $\mathrm{d}t$, lze ho popsat vektory rychlosti $\vec{V}_{\mathcal{N}} = \frac{\mathrm{d}\vec{R}_{\mathcal{N}}}{\mathrm{d}t} \equiv V_{\mathcal{N}}\vec{j}$ a úhlové rychlosti $\vec{\Omega} = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\vec{j}$, kde $|\vec{j}| = 1$. Tato přemístění jsou komutativní a vliv přechodu popisu z $\mathcal{S}$ na $\mathcal{N}$ lze tedy rozložit a můžeme studovat samostatně posunutí a otočení. Z jednotlivých posunutí pak složíme posuvný pohyb, z jednotlivých otočení zase otáčivý pohyb.

Posuvný pohyb je jednoduchý: každý bod jsoucí v klidu vůči $\mathcal{N}$ má vůči $\mathcal{S}$ totéž zrychlení $\vec{A}_{\mathcal{N}}$ a zrychlení se sčítají, takže – jak už víme z rov. 8 –

$$\vec{A} - \vec{A}_{\mathcal{N}} = \vec{a} \tag{13}$$

Otáčivý pohyb je složitější: dokáže se, že při otáčení je časová změna $\left.\frac{\mathrm{d}\,\vec{u}}{\mathrm{d}\,t}\right|_{\mathcal{N}}$ obecného vektoru $\vec{u}$ (ať už vektoru polohy, rychlosti či síly), naměřená v neinerciální soustavě, dána jednak jeho časovou změnou $\left.\frac{\mathrm{d}\,\vec{u}}{\mathrm{d}\,t}\right|_{\mathcal{S}}$ naměřenou v inerciální soustavě, jednak úhlovou rychlostí $\vec{\Omega}$ neinerciální soustavy $\mathcal{N}$ vůči iner ciální $\mathcal{S}$, vztahem

$$\left.\frac{\mathrm{d}\,\vec{u}}{\mathrm{d}\,t}\right|_{\mathcal{S}} = \left.\frac{\mathrm{d}\,\vec{u}}{\mathrm{d}\,t}\right|_{\mathcal{N}} + \vec{\Omega} \times \vec{u}. \tag{14}$$

Druhý člen popisuje skutečnost, že i pro vektor časově neproměnný (v $\mathcal{S}$) se mění jeho složky v $\mathcal{N}$ tím, že se otáčí neinerciální vztažný trojhran xyz vůči inerciálnímu XYZ.

Obecný polohový vektor $\vec{R}$ v $\mathcal{S}$ a odpovídající polohový vektor $\vec{r}$ v $\mathcal{N}$ souvisí s polohovým vektorem $\vec{R}_{\mathcal{N}}$ počátku $\mathrm{O}_{\mathcal{N}}$ soustavy $\mathcal{N}$ vůči $\mathcal{S}$ vztahem $\vec{R} - \vec{R}_{\mathcal{N}} = \vec{r}$ neboli

$$\vec{R} = \vec{r} + \vec{R}_{\mathcal{N}} \tag{15}$$

Pak dvojnásobná aplikace rov. 14 na rov. 15 vede postupně na vztahy

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \vec{v} + \vec{v}_{\mathrm{u}} \quad \text{, kde značíme} && (16)\\ \text{unášivá rychlost } \vec{v}_{\mathrm{u}} &= \vec{V}_{\mathcal{N}} + \vec{\Omega} \times \vec{r}; && (17) \end{aligned}$$

a dále

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \vec{a} + \vec{a}_{\mathrm{C}} + \vec{a}_{\mathrm{u}} \quad \text{, kde značíme} && (18)\\ \text{Coriolisovo zrychlení } \vec{a}_{\mathrm{C}} &= 2\vec{\Omega} \times \vec{v} && (19)\\ \text{unášivé zrychlení } \vec{a}_{\mathrm{u}} &= \vec{A}_{\mathcal{N}} + \vec{a}_{\mathrm{E}} + \vec{a}_{\mathrm{do}} \quad \text{zahrnující} && (20)\\ \text{Eulerovo zrychlení } \vec{a}_{\mathrm{E}} &= \frac{\mathrm{d}\,\vec{\Omega}}{\mathrm{d}\,t} \times \vec{r} && (21)\\ \text{dostředivé zrychlení } \vec{a}_{\mathrm{do}} &= \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) && (22) \end{aligned}$$

Tato zrychlení vynásobíme hmotností a změníme znamínko, čímž vyjde

$$\begin{aligned} \text{Coriolisova síla } \vec{F}_{\mathrm{Cor}} &= -2m\vec{\Omega} \times \vec{v} && (23)\\ \text{unášivá síla } \vec{F}_{\mathrm{u}} &= -m\vec{A}_{\mathcal{N}} + \vec{a}_{\mathrm{E}} + \vec{a}_{\mathrm{do}} \quad \text{zahrnující} && (24)\\ \text{Eulerovu sílu } \vec{F}_{\mathrm{E}} &= -m\frac{\mathrm{d}\,\vec{\Omega}}{\mathrm{d}\,t} \times \vec{r} && (25)\\ \text{odstředivou sílu } \vec{F}_{\mathrm{odst}} &= -m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) && (26) \end{aligned}$$

Poslední výraz (pro odstředivou sílu) lze upravit až na tvar

$$\vec{F}_{\mathrm{odst}} = m\Omega^2 \vec{r}_{\perp} \quad , \tag{27}$$

kde vektor $\vec{r}_{\perp}$ směřuje kolmo od osy otáčení (nikoli od počátku $\mathrm{O}_{\mathcal{N}}$ jako $\vec{r}$).

To všecko je samozřejmě pravda a je to zcela přímočaré, ale vyžaduje to znalost diferenciálního počtu. Jde-li nám však jen o popis na rovnoměrně se otáčející Zeměkouli, jde to – s troškou trpělivosti – i bez kalkulu a bez dvojnásobného vektorového součinu. K výkladu nám postačí grafická metoda, kterou nyní předvedeme.

3 Neinerciální vztažné soustavy – grafická metoda

3.1 Diskretizace

Dnes jsou běžné digitální fotoaparáty. Většinou umožňují udělat nejenom jediný snímek, ale několik snímků „těsně za sebou“ (po době dejme tomu $\tau = \frac{1}{10}$ s), což se nám při pozorování – s troškou tolerance – jeví jako pohyb[10]: jako bychom sledovali živý děj.

Ukážeme si, jak ze dvou po sobě jdoucích snímků poznáme *rychlost* fotografované částice a ze tří snímků i jeho *zrychlení*, a tím z 2NZ (známe-li hmotnost částice) i *sílu*, která na ni v tom prostředním okamžiku působila. Tím budeme znát všecko potřebné i pro kinematiku, i pro dynamiku v onom prostředním okamžiku.

3.2 Označkovaná cesta *aneb* parametrizovaná trajektorie

Jak jsme výše naznačili, při grafické metodě vyjdeme z křivky zaznamenávající pohyb částice (ať už v $\mathcal{S}$ nebo v $\mathcal{N}$), na níž budou vyznačeny i časy, ve kterých částice příslušné místo „navštívila“. Řečeno učeně je to *parametrizovaná trajektorie*, a to konkrétně trajektorie parametrizovaná *časem* – našimi elementárními dobami τ.

$\hookleftarrow$ Trajektorie by mohla být parametrizovaná i jinak, třeba vlastní délkou – asi jako látkový krejčovský metr nebo silnice s patníky; byla by to tzv. přirozená parametrizace.

3.3 Rychlost

Rychlost popisuje časovou změnu *polohy.* K jejímu určení nám stačí dva po sobě jdoucí snímky: částice, která má na prvním snímku polohu $\vec{r}_1$ a na druhém $\vec{r}_2$, má rychlost

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\tau} \ . \tag{28}$$

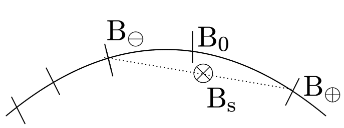
Pokud je na obou snímcích bod na tomtéž místě (tj. $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$), vyjde nám rychlost nulová: $\vec{v} = \vec{0}$ a bod je ve sledovaném okamžiku v klidu (alespoň s tou přesností, na jaké jsme se dohodli).

K danému času zřejmě můžeme určit jednak „rychlost před“ z $r_\ominus$ a r_0, jednak „rychlost po“ z $r_\oplus$ a r_0. A nejlépe je z nich pak vzít střed: $v_0 = \frac{1}{2}(r_\oplus - r_\ominus)/\tau$.

3.4 Zrychlení

Zrychlení popisuje časovou změnu *rychlosti.* Jestliže potřebujeme dva snímky pro zjištění rychlosti, pak pro určení zrychlení jsou nutné snímky tři: zjistíme, jak se rychlost změnila za danou elementární dobu. Z trajektorie na obrázku, parametrizované časem t v pěti polohách (tři, $\mathrm{B}_\ominus$, B_0, $\mathrm{B}_\oplus$ jsou pojmenované), je z prodlužování úseků zřejmé, jak se částice při pohybu zleva napravo zrychlovala.

Chceme-li určit zrychlení v čase t_0, spočteme sousední časy $t_\ominus = t_0 - \tau$ a $t_\oplus = t_0 + \tau$ a pro všechny tři odpovídající polohy $\mathrm{B}_\ominus$, B_0 a $\mathrm{B}_\oplus$, resp. polohové vektory $\vec{r}_\ominus$, $\vec{r}_0$ a $\vec{r}_\oplus$. Z nich určíme rychlosti „před“ a „po“:



$$\begin{aligned} \vec{v}_\ominus &= (\vec{r}_0 - \vec{r}_\ominus)/\tau \ , \\ \vec{v}_\oplus &= (\vec{r}_\oplus - \vec{r}_0)/\tau \ . \end{aligned} \tag{29}$$

Zrychlení je rovno rozdílu těchto rychlostí vydělenému dobou τ mezi snímky:

$$\vec{a}_0 = (\vec{v}_\oplus - \vec{v}_\ominus)/\tau = (\vec{r}_\oplus - 2\vec{r}_0 + \vec{r}_\ominus)/\tau^2. \tag{30}$$

Tento výraz můžeme názorněji vyjádřit geometricky. Najdeme „střední polohu“ – bod $\mathrm{B_s}$ ležící přesně uprostřed mezi body $\mathrm{B}_\ominus$ a $\mathrm{B}_\oplus$. Ten je popsán polovičním součtem polohových vektorů krajních bodů, tedy

$$\vec{r}_\mathrm{s} = \tfrac{1}{2}(\vec{r}_\ominus + \vec{r}_\oplus) \tag{31}$$

a dosazením do rov. 30 dostaneme

$$\vec{a} = \frac{2}{\tau^2}\ (\vec{r}_\mathrm{s} - \vec{r}_0) \ . \tag{32}$$

[10]Komu to nestačí, ať vezme $\tau = 1\,\mu$s (a počítá na víc desetinných míst). A kdo to chce úplně přesně, ať udělá limitní přechod $\tau \to 0$. Tím pak s pomocí kalkulu dostane s derivacemi přesně úplně všecko.

Při pevné volbě doby τ tedy platí:

> ***Zrychlení*** *částice je úměrné odchylce její* ***střední*** *polohy B_s od* ***skutečné*** *polohy B_0.*

3.5 Výsledná síla (výslednice $\vec{f}_\Sigma$)

Výslednici $\vec{f}_\Sigma$ působící na částici určíme podle 2NZ ze zrychlení $\vec{a}$ a hmotnosti m: $\vec{f}_\Sigma = m\vec{a} = \frac{2m}{\tau^2}(\vec{r}_s - \vec{r}_0)$.

Heslovitě řečeno, sílu působící na částici určíme graficky takto:

> *Výsledná působící síla je podle 2NZ úměrná odchylce* ***střední*** *polohy B_s od* ***skutečné*** *polohy B_0.*

Konstanta úměrnosti je rovna $\dfrac{2m}{\tau^2}$ a během celého pozorování se nemění (protože m je hmotnost částice a τ je dohodnutá „elementární“ doba mezi snímky = mezi měřeními poloh).

4 Cvičení

Ve škole se řeší úlohy na některé speciální druhy pohybů v $\mathcal{S}$. Graficky se tyto pohyby projeví takto:

- **klid:** body $B_\ominus$, B_0, $B_\oplus$ splynou v jeden;
- **rovnoměrný přímočarý pohyb:** $B_\ominus$, B_0, $B_\oplus$ leží na přímce, jsou stejně daleko od sebe: $\overline{B_\ominus B_0} = \overline{B_0 B_\oplus}$;
- **zrychlený přímočarý pohyb:** $B_\ominus$, B_0, $B_\oplus$ leží na přímce, jsou různě daleko od sebe: $\overline{B_\ominus B_0} \neq \overline{B_0 B_\oplus}$;
- **rovnoměrný kruhový pohyb:** $B_\ominus$, B_0, $B_\oplus$ neleží na přímce, jsou stejně daleko od sebe: $\overline{B_\ominus B_0} = \overline{B_0 B_\oplus}$;
- **rovnoměrně zrychlený pohyb** (třeba volný pád): $\overline{B_\ominus B_0} \neq \overline{B_0 B_\oplus}$, ale rozdíl $\Delta s = \overline{B_\ominus B_0} - \overline{B_0 B_\oplus}$ se během pohybu nemění;
- **obecný pohyb:** $B_\ominus$, B_0, $B_\oplus$ neleží na přímce, jsou různě daleko od sebe: $\overline{B_\ominus B_0} \neq \overline{B_0 B_\oplus}$.

Zkusme si na těchto známých pohybech, že pro ně graficky dokážeme určit působící sílu. Berme $\tau = 0{,}1\,\mathrm{s}$.

4.1 Rovnoměrný přímočarý pohyb

Trajektorií pohybu je přímka (přesněji: část přímky, úsečka). Naše jednotlivé snímky (vždy po dohodnuté době $\tau = 0{,}1\,\mathrm{s}$) na ní budou od sebe stejně daleko vzdáleny.

Cyklista jede rychlostí 3 m/s; Zaznamenejte pohyb jeho svítilny půl sekundy po startu!

Tři body $B_\ominus$, B_0 a $B_\oplus$ budou ležet na přímce stejně od sebe vzdáleny, takže bod B_s padne přesně do bodu B_0. Zrychlení je tedy nulové, síla je rovněž nulová a máme tím potvrzeno, že jde o pohyb setrvačností, bez vnější působící síly.

V našem případě ani vektory nepotřebujeme; sledujeme souřadnici x během pohybu. Číselné hodnoty budou podle tabulky:

	$B_\ominus$	B_0	$B_\oplus$	B_s
t/s	0,40	0,50	0,60	0,50
x/m	1,20	1,50	1,80	1,50

4.2 Nerovnoměrný přímočarý pohyb

Grafickou závislostí tohoto pohybu na čase je opět přímka, ale naše jednotlivé snímky na ní budou od sebe různě daleko vzdáleny.

Zobrazme si např. volný pád; pro jednoduchost uvažujme $g = 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Je-li tedy např. výška budovy 10 m (na obrázku 10 cm), pak uražená dráha je $s = \frac{1}{2}gt^2$ a vzdálenost h od Země je $h = (10\,\mathrm{m} - s)$.

Zkusme to opět pro $t = 3\,\mathrm{s}$.

	$\mathrm{B}_\ominus$	B_0	$\mathrm{B}_\oplus$	B_s
t/s	0,40	0,50	0,60	0,50
s/m	0,80	1,25	1,80	1,30
h/m	9,20	8,75	8,20	8,70

Opět jde o pohyb po přímce, takže nemusíme použít vektorů; stačí nám výška h nad zemí. Uvažované tři polohy $h_\ominus$, h_0 a $h_\oplus$ budou od sebe různě vzdáleny. Nyní už bod $\mathrm{B_s}$ nesplývá s bodem B_0; jejich vzdálenost (0,25 m) i orientace (záporná, tedy dolů) udává zrychlení. Orientované zrychlení vyjde[11] podle rov. 32 jako

$$g = \frac{2}{0,1^2\,\mathrm{s}^{-2}}(h_\mathrm{s} - h_0) = \frac{2\cdot(-0,05\,\mathrm{m})}{0,01\,\mathrm{s}^{-2}} = -10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}.$$

Protože na čtverečkovaném papíře je půlcentimetrová síť a souřadnice h se mění mezi 8,2 m a 9,2 m, zvolíme počátek grafu pro $h = 8{,}0\,\mathrm{m}$ a dílky odpovídající kroku 0,2 m pro obě osy x (pro h), y (pro s); graf se vejde na 20×20 čtverečků.

4.3 Nerovnoměrný křivočarý pohyb

Grafickou závislostí tohoto pohybu na čase je křivka a naše jednotlivé snímky na ní opět budou od sebe různě daleko vzdáleny.

Zobrazme si např. vodorovný vrh s počáteční rychlostí $v = 3\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$; opět berme $g = 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Jak víme ze školy, bude grafem pohybu parabola. Je-li opět výška budovy 10 m, pak souřadnice x, y jsou rovny v různých časech hodnotám podle tabulky:

	$\mathrm{B}_\ominus$	B_0	$\mathrm{B}_\oplus$	B_s
t/s	0,40	0,50	0,60	0,50
x/m	1,20	1,50	1,80	1,50
y/m	9,20	8,75	8,20	8,70

Na čtverečkovaném papíře opět zvolíme rozumně počátky i jednotkové délky na obou osách (např. na ose x počátek pro $x = 1\,\mathrm{m}$, konec 2 m a dílky po 0,1 m, na ose y počátek pro $y = 8\,\mathrm{m}$ a dílky rovněž $0,1\,\mathrm{m} \simeq 1\,\mathrm{cm}$). Graf bude tedy 10 cm vysoký (a 5 cm široký).

Uvažované tři body $\mathrm{B}_\ominus$, B_0 a $\mathrm{B}_\oplus$ neleží na přímce a jsou od sebe různě vzdáleny. Bod $\mathrm{B_s}$ však leží vždy pod bodem B_0. Jejich orientace (vždy k Zemi dolů) i vzdálenost (stále stejná) nám udávají zrychlení. Opět[12] vyjde zrychlení stále stejné, totiž $g = 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

4.4 Rovnoměrný pohyb po kružnici

I tuto důležitou úlohu známe důvěrně ze školy. Na to, aby se částice pohybovala v $\mathcal{S}$ rovnoměrně po kružnici, musí na ni působit stálá síla směrem do středu kružnice, po které se částice pohybuje.

Říká se jí proto „dostředivá“, z čehož nejsem moc nadšen z několika důvodů. Jednak při *nerovnoměrném* pohybu po kružnici tato síla *nemíří* do středu naší kružnice. Dále tento název svádí k tomu, že je ve vztahu „akce – reakce“ s odstředivou sílu, což je zcela špatně. (Např. obě síly působí na totéž těleso, zatímco akce a reakce působí vždy na *různá* tělesa.) Vedle toho se občas najdou nemyslící žáci schopní odrecitovat např.: „Známe sílu tíhovou, sílu pružnosti, sílu tření, sílu dostředivou a sílu normálovou.“ Má to logiku asi tak stejnou jako legendární „Známe klobouky dámské, slaměné a žluté“.

Viz obr. 1 — Rovnoměrný pohyb po kružnici

Rozmyslete si následující konstrukci pro geometrické odvození dostředivého zrychlení:

[11] Vyšlo by přesně i při jiném kroku, protože jde o pohyb rovnoměrně zrychlený; jeho zrychlení je totéž v libovolném okamžiku pohybu. Jakmile by zrychlení nebylo konstantní, vyšel by grafický výsledek sice nikoli přesně, ale – samozřejmě – tím přesněji, čím menší časový krok τ bychom zvolili.

[12] aby taky ne, když jsme tu konstrukci propočítali a když i zde je zrychlení po celou dobu pohybu konstantní!

Trajektorií pohybu částice ● v $\mathcal{S}$ je kružnice. Naše tři body nakreslíme[13] s úhlem $B_0OB_\oplus$ asi 15°. Označme úhlovou rychlost Ω. Za dobu τ urazí tedy částice vzdálenost $l = \overline{B_\oplus B_0}$ a v obrázku nás zajímají dva pravoúhlé trojúhelníky $O, B_s, B_\oplus$, a $B_0, B_s, B_\oplus$. Vyřešíme je Pythagorovou větou:

$$\begin{aligned} l &= v\,\tau & (33)\\ c &= R - d & (34)\\ R^2 &= c^2 + s^2 & (35)\\ l^2 &= s^2 + d^2 & (36) \end{aligned}$$

Do rov. 35 dosadíme za c z rov. 34 a za s z rov. 36:

$$\begin{aligned} R^2 &= R^2 - 2Rd + d^2 \quad + \quad l^2 - d^2 & (37)\\ 2Rd &= l^2 & (38)\\ d &= \frac{l^2}{2R} = \frac{v^2\tau^2}{2R} & (39) \end{aligned}$$

a zrychlení je podle rov. 32

$$a = \frac{2}{\tau^2} d = \frac{2}{\tau^2}\frac{v^2\tau^2}{2R} = \frac{v^2}{R} \tag{40}$$

jak to známe z„klasického“ odvození. Potřebná dostředivá síla tedy vyjde co do velikosti rovna

$$F = ma = \frac{mv^2}{R}\ , \tag{41}$$

přesně tak, jak jsme očekávali.

Tím máme vše připraveno k vlastnímu výkladu – k výkladu setrvačných sil. A na závěr připomeňme:

> *Vše, co potřebujeme vědět o* pohybu *(poloha, rychlost, zrychlení, síla) v jistém okamžiku, poznáme z oněch třech sousedících bodů na papíře při záznamu v* konkrétní *vztažné soustavě (ať už $\mathcal{S}$ či $\mathcal{N}$).*

5 Popis v neinerciálním systému

V této kapitole dokážeme, že stačí vyšetřit samostatně posuv v daném směru a otočení kolem tohoto směru.

5.1 Zlobí vás soused?

Papír, na který jsme značili dráhu pohybující se částice, představoval vztažnou soutavu, v níž jsme pohyb popisovali. Věřím, že jste si zaznamenávání poloh opravdu sami vyzkoušeli[14]. Doufám taky, že máte způsobného souseda, který vám během zanášení poloh částice na papír za něj netahá, netočí vám s papírem dokola … ačkoliv …

… ačkoliv co by se vlastně stalo? To bychom pak měli záznam poloh bodů nikoli ve způsobné inerciální vztažné soustavě $\mathcal{S}$, ale v soustavě $\mathcal{N}$, která bude nejspíš neinerciální, protože se bude vůči $\mathcal{S}$ pohybovat nejspíš nerovnoměrně, tedy se zrychlením. To je ale přesně to, co nás zajímá. Normálně totiž pracujete ve třídě na stolku, který je v klidu vůči podlaze, která je v klidu vůči Zeměkouli … která se ale přece otáčí kolem své osy!

Prostě – naučíme se (stejně jako to dítě na začátku našeho výkladu) umět si poradit i v nesprávné situaci.

5.2 Jaké je vlastně nejobecnější zlobení (neinerciální soustava $\vec{A}_\mathcal{N}$)?

„Zlobení souseda“ představuje vztah mezi soustavou inerciální $\mathcal{S}$ a neinerciální $\mathcal{N}$Precizujme ho:

[13]Úhel ne moc velký, protože by byla velká chyba metody (užíváme přiblížení na úrovni $\varphi \approx \sin\varphi$, $\cos\varphi = 1 - \frac{1}{2}\varphi^2$). Ale také ne moc malý, protože by se nám protínaly přímky skoro rovnoběžné, a tím bychom měli velkou chybu praktické konstrukce.

[14]Pokud ne, tak *nečtěte* dál dříve, než si konstrukci vyzkoušíte!!!

Známe popis v $\mathcal{S}$: Milimetrový papír se pomalu nesežene. Proto zaznamenáváme tak, že máme pod milimetrovým papírem (po dědečkovi) s vyznačeným osovým křížem XY obyčejný papír – formulář – rovněž s osovým křížem xy, a oba kříže v okamžik t_0 navzájem „sedí". Své naměřené údaje zaznamenáváme tak, že špendlíčkem bodneme do správného místa na milimetrovém papíře, což se prorazí i formuláře. Když máme vše zaznamenáno, tak formulář vytáhneme a odevzdáme k vyhodnocení, tj. k výpočtům poloh, rychlostí, zrychlení, sil. Přitom nám ale, aniž o tom víme, během vašich záznamů soused hýbal formulářem (pod milimetrovým papírem), čímž nám realizoval oproti inerciálnímu milimetrovému papíru XY neinerciální formulář xy. Na něm jsou data zaznamenána červeně ($\mathcal{N}$), „inerciální" data z horního papíru ($\mathcal{S}$) zeleně.

Známe popis z $\mathcal{N}$: Tentokrát horní papír představuje $\mathcal{N}$ a data na něm (červená) vypíchal mraveneček, který po něm leze a podle něj se orientuje. Spodním papírem, $\mathcal{S}$, pohybuje snaživý anděl strážný tak, aby papír představoval inerciální soustavu $\mathcal{S}$. Tento záznam (v $\mathcal{S}$) je zelený, horní papír (v $\mathcal{N}$) červený.

Takhle nějak je to ve dvojrozměrném případě; trojrozměrný ponechávám vaší fantazii. První otázka pak zní: jak lze mezi dvěma záznamy co nejobecněji přemístit (posunout, otočit, ale nepomačkat) vztažnou soustavu xyz? Je to stejné jako s přemístěním tuhého tělesa (vztažný trojhran upevníme na hrany betonové kostky) – měly-li v soustavě dříve dva body A, B vzdálenost $\overline{\mathrm{AB}}$ a přemístily-li se do poloh A', B', pak musejí mít po přemístění opět stejnou vzdálenost: $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{A'B'}}$.

5.3 Nejobecnější přemístění soustavy $\mathcal{N}$ – kinematický šroub

5.3.1 Tvrzení o kinematickém šroubu

Libovolné *přemístění*[15] vztažné soustavy xyz ($\mathcal{N}$) do x'y'z' ($\mathcal{N}$') – stejně jako přemístění tuhého tělesa – se dá popsat *kinematickým šroubem*, tj. posloupností

♣ **posunutí podél přímky p:** při posunutí se každý bod soustavy přesune v tomtéž směru podél jisté přímky p o tutéž vzdálenost ΔL;

♣ **otočení kolem osy p:** Při otočení kolem osy p zůstává zachována poloha každého bodu přímky p. Ostatní body prostoru se kolem této přímky p otočí o týž úhel $\Delta\Phi$.

$\hookleftarrow$ Pořadí obou operací lze beze změny výsledku zaměnit. (To není samozřejmost. Dvě otočení kolem různých os, ani posuv a otočení kolem jiné osy beztrestně zaměnit nejdou.)
$\hookleftarrow$ Od jednoho přemístění ke spojitému pohybu přejdeme snadno: uplyne-li mezi dvěma šrouby doba $\Delta t = \tau$, zavedeme jednotkový vektor $\vec{j}$ ve směru osy p a postupnou rychlost $\vec{V} = \frac{\Delta L}{\Delta t}\vec{j}$ a úhlovou rychlost $\vec{\Omega} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\vec{j}$.

Viz obr. 2 — Kinematický šroub

Pochybovačovi se může zdát, že tu chybí dvě možná přemístění:

♣ **otočení kolem bodu B,** při němž by zůstala zachována poloha jen tohoto bodu;

♣ **posuv podél osy p a otočení kolem jiné osy p',** tj. p $\neq$ p' (např. při valení je p $\perp$ p').

Ukážeme však dodatečně, že náš první návrh stačí, tj. že každé otočení kolem bodu je též otočením kolem jisté přímky, a že posuv a otočení kolem různých přímek lze převést na naše dva případy.

5.3.2 $\hookleftarrow$ Důkaz tvrzení o kinematickém šroubu

Značme body v $\mathcal{N}$ před přemístěním A, B, ..., po přemístění A', B', ... a délku přemístění $a, b, \ldots$. Uvažujme nyní, o kolik se body posunou. Označme si A ten z bodů, který se posune nejméně, tj. pro všechny body X $\in \mathcal{N}$ platí $a \le x$, resp. $\overline{\mathrm{AA'}} \le \overline{\mathrm{XX'}}$. Pak jsou zřejmě dvě možnosti: buď $a = 0$, anebo $a > 0$.

$a = 0$ **Bez posunutí:** V tomto případě je zřejmě posunutí $\Delta L = 0$, neboli jde jen o otočení kolem bodu A. Ukažme, že se najde celá přímka p, která prochází bodem A (tj. $A \in p$), a která se přemístěním nemění. Tím otočení podle bodu přejde na otočení podle této přímky.

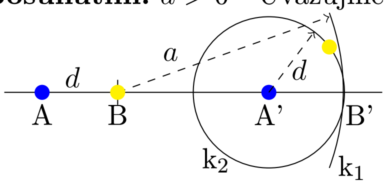
$a > 0$ **S posunutím:** Dokážeme, že jde o posunutí o $\Delta L = a$ podél přímky p $\equiv$ AA' (a možná ještě otočení kolem ní), tj. spolu s bodem A i každý další bod B na přímce AA' se posune o $b = a$ tímtéž směrem.

Důkazy:

[15] Jde o přemístění (poloha počáteční a koncová), nikoli přemisťování (pohyb – děj probíhající *mezi* krajními polohami).

Bez posunutí: $a = 0$ Bod A přešel v sebe sama: A = A'. Když body B, C přejdou na B', C', najdeme rovinu σ_{B} souměrnosti bodů B, B'. Je tvořena právě body K, majícími stejnou vzdálenost od B i B' a obsahuje tedy i bod A. Podobně rovina σ_{C} souměrnosti bodů C, C' je tvořena právě body L, majícími stejnou vzdálenost od C i C' a obsahuje tedy také bod A. Obě roviny mají společný bod A, a tedy i přímku p, procházející bodem A. Otočením podle ní dostaneme požadované přemístění bodů B, C do poloh B', C'.

S posunutím: $a > 0$ Uvažujme bod B mezi AA', značme $\overline{\mathrm{AB}} = d$. Bod B se musel posunout o $b \geq a$, tedy leží na kružnici k_1 (se středem v B a poloměrem a) anebo vně ní. Ale délka $\overline{\mathrm{A'B'}} = \overline{\mathrm{A'B'}} = d$, bod B' tedy leží i na kružnici k_2 (se středem v A' a poloměrem d). Jedinou možností je bod B' na přímce AB. Tím je dokázáno, že přímka AA' přejde v sebe sama, jde tedy o posun podél ní s možným otočením kolem ní.



5.4 Rozděl a panuj

Partie setrvačných sil je pojmově a představově obtížná; vždyť jsme „vytvořili" dynamickou veličinu – setrvačnou sílu – zcela formálně, z kinematického popisu neinerciální vztažné soustavy! Sám výpočet je triviální při posuvném pohybu, ale při otáčivém pohybu je již složitější. Použijeme tedy staré latinské taktiky a budeme vyšetřovat oba pohyby samostatně, a to vždy nejprve v jejich nejjednodušší verzi. Dá se snadno dokázat (ale je to tak názorné, že bych s tím nezdržoval), že v kinematickém šroubu coby nejobecnějším přemístění nezáleží na pořadí. Vyšetříme proto nejprve obecné posunutí, poté otočení. Protože nám jde o princip a protože nejpotřebnější aplikací jsou zemské pasáty pro zeměpis, vyšetříme jen otáčení rovnoměrné a s nepohyblivou osou.

6 Setrvačné síly podrobněji

Nebudeme se zabývat nejobecnějším pohybem neinerciální vztažné soustavy. Probereme jen dva základní pohyby, totiž nerovnoměrný přímočarý pohyb a rovnoměrný kruhový pohyb. Zbývající, tj. nerovnoměrné otáčení by šlo provést analogicky, ale na SŠ asi nemá použití a asi se ani neprobírá.

Opět připomeňme, že pro rozlišení značíme veličiny naměřené v *inerciální* soustavě $\mathcal{S}$ velkým písmenem: $\vec{R}$, $\vec{V}$, $\vec{A}$, $\vec{F}$; analogické veličiny naměřené v *neinerciální* soustavě $\mathcal{N}$ značíme malými písmeny $\vec{r}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$, $\vec{f}$. (Čas je společný: $T = t$, také $M = m$.)

6.1 Nerovnoměrný přímočarý pohyb

Při přímočarém nerovnoměrném pohybu má (neinerciální) vztažná soustava vůči inerciální soustavě $\mathcal{S}$ zrychlení $\vec{A}_{\mathcal{N}}$. To se může případně měnit co do velikosti, ale nikoli co do směru.

Označme tedy $\vec{A}$ zrychlení, které naměříme v inerciální soustavě $\mathcal{S}$, a $\vec{a}$ zrychlení naměřené v neinerciální soustavě $\mathcal{N}$. Pak platí

$$\vec{A} = \vec{a} + \vec{A}_{\mathcal{N}} \ . \tag{42}$$

Přejdeme-li k vyjádření síly vynásobením hmotností m, můžeme psát

$$\begin{aligned} m\vec{A} - m\vec{A}_{\mathcal{N}} &= m\vec{a} \\ \vec{F}_{\Sigma} + \vec{F}_{\mathrm{setr}} &= \vec{f}_{\Sigma}, \end{aligned} \tag{43}$$

kde jsme zavedli unášivou posuvnou setrvačnou sílu $\vec{F}_{\mathrm{setr}} = -m\vec{A}_{\mathcal{N}}$. (To je tedy ta „síla", která nás tlačí do sedadla, a to v opačném směru, než má zrychlení tramvaje vůči kolejím). Tuto „sílu" stačí doplnit ke skutečným silám, a Newtonův zákon síly bude platit nadále i v neinerciálních vztažných soustavách. (V inerciálních je tato „síla" identicky rovna nule.) Index Σ značí výslednici všech sil.

6.2 Rovnoměrný otáčivý pohyb: severní pól a kolotoč

Uvažujme (neinerciální) vztažnou soustavu otáčející se vůči inerciální soustavě $\mathcal{S}$ stálou úhlovou rychlostí Ω kolem pevné osy (zvolme ji jako svislou osu z). Zapisujme nyní polohu částic v různých situacích a uvažujme, jaké setrvačné síly budeme muset doplnit. Tyto síly budou obecně záviset

- na úhlové rychlosti Ω naší neinerciální soustavy (Ω je tedy měřeno v *inerciální* soustavě),
- na relativním pohybu sledovaného bodu (poloze $\vec{r}$ a rychlosti $\vec{v}$, měřených v soustavě *neinerciální*).

Omezíme se na pohyb v rovině kolmé k ose otáčení; pohyb v rovině šikmé rozložíme na pohyb v rovině kolmé + přímočarý pohyb podél osy otáčení, kap. 6.1. Můžeme si představit, že jsme právě na severním pólu a nemáme nic lepšího na práci, než na pól položit svůj milimetrový papír a zachycovat na něj polohy různých částic. Z inerciální soustavy $\mathcal{S}$ nás bude pozorovat náš anděl strážný; jako svatá bytost ví, jak inerciální soustavu najít a jak se v ní udržet. Ten nám také spolehlivě sdělí všechny *skutečné* síly působící na částici. Jemu se jeví, že my se vůči němu s celou Zeměkoulí otáčíme (jednu otáčku za den, $\Omega = \frac{2\pi}{60\cdot 60\cdot 24}$ rad/s), naopak nám se jeví, že on se otáčí vůči nám stejnou rychlostí opačným směrem. Pro jednoduchost budeme dále otáčející se neinerciální soustavu nazývat „Zeměkoule“.

Protože se však Zeměkoule otáčí pomalu a leccos by nám mohlo uniknout, doplníme si občas na severní pól ještě *kolotoč*; tam bude např. odstředivá síla zřetelnější (a anděl strážný potřebnější).

6.2.1 Částice v klidu vůči Zeměkouli či kolotoči

Popis vůči $\mathcal{S}$ (andělovi)

Částice se pohybuje rovnoměrně po kružnici, takže na ni musí působit vhodná dostředivá síla. Značíme-li směr od osy otáčení kladně, pak tato síla – a je to skutečná síla – musí být rovna

$$F = -MR\Omega^2. \tag{44}$$

Popis vůči $\mathcal{N}$ (Zeměkouli, kolotoči)

Poloha částice se nemění, tedy všechny čtyři body $\mathrm{b}_\ominus$, b_0, $\mathrm{b}_\oplus$, b_S splynou v jediný. Z hlediska Zeměkoule je tento bod v kolmé vzdálenosti $r = R$ od zemské osy v klidu, a proto z hlediska Zeměkoule má být výsledná na něj působící síla nulová.

Sami však cítíme a anděl (z inerciální soustavy $\mathcal{S}$) potvrzuje, že na částici působí nějaká skutečná dostředivá síla, jinak by se nepohybovala vůči andělu po kružnici. V případě mne na Zeměkouli je to příslušná složka přitažlivosti zemské spolu s třením bot o povrch zemský a pevnost povrchu (neprolomí se mou tíhou). Na kolotoči nebo roztočím-li kámen na provázku, je to vazba, např. sedačka držící mne na kolotoči nebo provázek, držící kámen ve stále stejné vzdálenosti od osy otáčení. Náš anděl strážný tuto sílu vidí jasně, protože pro něj se částice pohybuje rovnoměrně po kružnici. My tuto „přídržnou“ sílu známe: míří ke středu opisované kružnice a značíme-li směr od zemské osy kladně, pak je

$$F_\mathrm{skut} = -mr\Omega^2. \tag{45}$$

To je tedy jediná skutečná síla působící v této situaci na částici a je dostředivá.

Zpět k Zeměkouli $\mathcal{N}$: aby celková síla vůči $\mathcal{N}$ byla přesto nulová, musíme z hlediska otáčející se Zeměkoule doplnit nějakou (setrvačnou) sílu, a to *odstředivou*, orientovanou opačně k dostředivé a mající stejnou velikost. Protože vzdálenost R od osy je stejná v obou vztažných soustavách ($r = R$), tak platí:

Odstředivá síla *(setrvačná)*

velikost:	$f_\mathrm{odst} = mr\Omega^2$	(46)
směr:	*radiální od osy otáčení.*	

Odstředivá síla má tedy směr vždy radiální (od osy otáčení) a působí na každou částici nezávisle na její rychlosti vůči Zeměkouli. (Částice, se kterou jsme to právě odvodili, má vůči Zeměkouli rychlost $\vec{v} = \vec{0}$.)

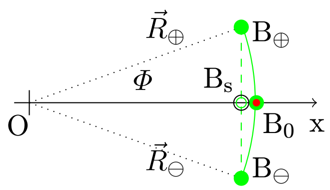
Nulová bude jedině na ose otáčení, protože na ní je $r = 0$. Musíme ji proto doplňovat ve *všech* případech, se kterými se dále setkáme. Zatím tedy už známe jednu setrvačnou sílu:

$$\vec{F}_{\text{setr}} = \vec{f}_{\text{odst}} \qquad \text{(zatím)}. \tag{47}$$

Pak pro částici v klidu vůči Zeměkouli platí, jak si také přejeme,

$$\vec{f}_\Sigma = \vec{F}_\Sigma + \vec{F}_{\text{setr}} = \vec{0}\ . \tag{48}$$

Grafické řešení Protože máme zadání vůči $\mathcal{N}$, dáme „červený“ milimetrový papír nahoru; bude se otáčet vůči „zelenému“ spodnímu proti hodinkám. Stojí na něm mraveneček a v místě b = B$_0$ ho propíchne v časech $t_\ominus$, t_0 a $t_\oplus$. Na spodním papíře to zanechá (zelené) stopy $B_\ominus$, B_0 a $B_\oplus$. Pro rozdíl $\vec{\Delta} = \vec{R}_s - \vec{R}_0$ a zrychlení $\vec{A}$ spočteme:



$$\begin{aligned}
\vec{\Delta} &= \vec{R}_s - \vec{R}_0 = \tfrac{1}{2}(\vec{R}_\ominus + \vec{R}_\oplus) - \vec{R}_0 && (49)\\
\Delta_x &= R(1 - \tfrac{1}{2}\Phi^2) - R = -\tfrac{1}{2}R\Omega^2\tau^2 && (50)\\
\Delta_y &= (R(-\Phi) + R(\Phi)) - 0 = 0 && (51)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\vec{A} &= \frac{2}{\tau^2}\vec{\Delta} && (52)\\
A_x &= -R\Omega^2 \qquad \text{dostředivé zrychlení} && (53)\\
A_y &= 0 && (54)
\end{aligned}$$

Vůči Zeměkouli se částice nehýbe, je proto $\vec{\delta} = \vec{a} = \vec{f}_\Sigma = \vec{0}$. Protože však na ni působí dostředivá síla $F_\Sigma = MA = -MR\Omega^2$ (k ose), musíme doplnit setrvačnou sílu odstředivou

$$\vec{f}_{\text{odst}} = +m\vec{r}\Omega^2. \tag{55}$$

Pak je „neinerciální výsledná síla“ $\vec{f}_\Sigma = \vec{F}_\Sigma + \vec{F}_{\text{setr}} = \vec{0}$ v souladu s tím, že se částice nehýbe.

6.2.2 Částice v klidu v inerciální soustavě $\mathcal{S}$

Popis vůči $\mathcal{S}$ (andělovi)

Výsledná skutečná síla působící na částici je rovna nule, protože částice je vůči $\mathcal{S}$ v klidu (ve vzdálenosti R od zemské osy).

Popis vůči $\mathcal{N}$ (Zeměkouli)

Částice vůči Zeměkouli opisuje kružnici o poloměru $r = R$ (v opačném směru, než ve kterém se Zeměkoule otáčí) a pohybuje se rychlostí o velikosti $v = r\Omega$. Směr má kolmý k zemské ose (ose rotace Zeměkoule) i k průvodiči od zemské osy; s paprskem vedoucím od částice k zemské ose svírá tedy úhel $\gamma = 90°$. Výsledná síla, kterou z hlediska Zeměkoule naměříme, musí být tedy *dostředivá*: $f_\Sigma = -mr\Omega^2$ (orientujeme-li kladný směr od osy Zeměkoule). Dále víme, že na něj z hlediska Zeměkoule musí působit v kap.6.2.1 odvozená odstředivá síla náhodou téže velikosti, ale bohužel *opačného* směru: $f_{\text{odst}} = mr\Omega^2$ podle rov. 46. Anděl strážný nám nepomůže, protože na tuto částici nepůsobí podle něj žádná skutečná síla: $F_{\text{skut}} = 0$. Co teď s tím?

Nezbývá než doplnit další sílu; musí mít zřejmě v tomto případě hodnotu $f = -2mr\Omega^2$. Částice se tentokrát pohybuje vůči Zeměkouli po kružnici se středem na zemské ose rychlostí $v = r\Omega$; směr rychlosti se mění. Vyjádříme proto výraz f pomocí rychlosti: $-2mv\Omega$ a nazveme ho silou Coriolisovou[16]. Ta bude mít, jak vidíme, směr kolmý k okamžitému pohybu částice vůči $\mathcal{N}$ i k zemské ose:

[16] Objevil ji již v r. 1742 A. Clairaut, ale jeho práce upadla v zapomenutí. G. Coriolis ji v r. 1831 nalezl znovu a formuloval též věty o relativním pohybu.

Coriolisova síla *(setrvačná)*
(zatím pro pohyb tečný)

$$\textbf{\textit{velikost:}} \quad |f_{\mathrm{Cor}}| = 2mv\Omega; \tag{56}$$
směr: *směrem k ose otáčení, kolmo na ni;*

Ve vektorovém zápisu by to bylo $\vec{f}_{\mathrm{Cor}} = -2m\vec{\Omega} \times \vec{v}$, pokud dokážeme, že složka rychlosti rovnoběžná s osou rotace nepřispívá do našich setrvačných sil.

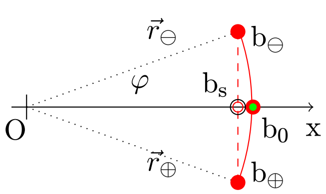
Tímto jsme zavedli další setrvačnou sílu vázanou na skutečnost, že se částice vůči $\mathcal{N}$ pohybuje (a to rychlostí $\vec{v}$). Je tedy

$$\vec{F}_{\mathrm{setr}} = \vec{f}_{\mathrm{odst}} + \vec{f}_{\mathrm{Cor}} \tag{57}$$

Tím jsme hotovi; žádnou další setrvačnou sílu již nepotřebujeme a s těmito dvěma si vystačíme vždy, máme-li popsat pohyb částice nikoli v inerciální soustavě, ale v soustavě otáčející se stálou rychlostí kolem osy pevné v inerciální soustavě.

Opravdu, jediné zobecnění pro otáčející soustavu už je jen tehdy, když se neotáčí rovnoměrně (mění úhlovou rychlost co do velikosti nebo směru nebo obojí); pak přibyde ještě člen $\vec{a}_{\mathrm{E}} = \dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}$ úměrný vektoru $\dot{\vec{\Omega}}$ úhlového zrychlení, polohovému vektoru a kolmý na oba. Nazývá se Eulerovo zrychlení a odpovídá mu setrvačná Eulerova síla $\vec{F}_{\mathrm{E}} = -m\vec{a}_{\mathrm{E}}$. Ale naštěstí se Zeměkoule otáčí natolik rovnoměrně, že se o něj zde nemusíme zajímat; uplatnil by se ovšem např. při popisu vůči roztáčejícímu se nebo brzdícímu kolotoči. Podrobnosti v každé učebnici teoretické mechaniky.
$\hookleftarrow$ Bystrý čtenář odhalil jistou „jasnovidnost“: pročpak jsme zvolili zrovna $2mv\Omega$, a ne třeba $2mv^2/R$? To vyplyne už z dalšího odstavce, na cestě kolem pólu obecnou rychlostí.

Grafické řešení Tentokrát máme zadání vůči $\mathcal{S}$, dáme tedy „zelený“ milimetrový papír nahoru; nebude se otáčet, ale pod ním se bude otáčet (proti hodinkám) „červený“ spodní znázorňující Zeměkouli $\mathcal{N}$. Horní papír v místě B (= b_0) propíchneme v časech $t_\ominus$, t_0 a $t_\oplus$. Na spodním papíře to zanechá (červené) stopy $b_\ominus$, b_0 a $b_\oplus$. Pro rozdíl $\vec{\delta} = \vec{r}_{\mathrm{s}} - \vec{r}_0$ a zrychlení $\vec{a}$ spočteme:



$$\vec{\delta} = \vec{r}_{\mathrm{s}} - \vec{r}_0 = \tfrac{1}{2}(\vec{r}_\ominus + \vec{r}_\oplus) - \vec{r}_0 \tag{58}$$
$$\delta_x = r(1 - \tfrac{1}{2}\varphi^2) - r = -\tfrac{1}{2}r\Omega^2\tau^2 \tag{59}$$
$$\delta_y = (r(-\varphi) + r(\varphi)) - 0 = 0 \tag{60}$$

$$\vec{a} = \frac{2}{\tau^2}\vec{\delta} \tag{61}$$
$$a_x = -r\Omega^2 \tag{62}$$
$$a_y = 0 \tag{63}$$

Úvahu o nutném doplnění síly odstředivé a k ní ještě nové, Coriolisovy, jsme provedli výše. V další kapitolce ještě potvrdíme naši volbu tvaru Coriolisovy síly.

6.2.3 Cesta kolem pólu

Jsme vzdáleni $R = r$ od pólu a vydáme se na okružní cestu kolem pólu ve směru otáčení Zeměkoule rychlostí libovolnou (ale stálou) o velikosti v vůči Zeměkouli $\mathcal{N}$ (a tedy $V = v + R\Omega$ vůči andělovi $\mathcal{S}$). Zřejmě pro $v = 0$ bychom měli dostat totéž co 6.2.1, pro $v = -R\Omega$ zase 6.2.2. Udělejme si graf:

Viz obr. 4 — Cesta kolem pólu

Grafické řešení Připomínáme $\vec{R}_\mathrm{s} \equiv \overrightarrow{\mathrm{OB}}_\mathrm{s}$ apod.
Graf vůči andělovi $\mathcal{S}$: $\Phi = \varphi + \Omega\tau = (v/R + \Omega)\tau$

$$\begin{aligned}
\textbf{Rozdíl:} \quad \vec{\Delta} &= \vec{R}_\mathrm{s} - \vec{R}_0 = \tfrac{1}{2}(\vec{R}_\ominus + \vec{R}_\oplus) - \vec{R}_0 && (64)\\
\Delta_x &= \tfrac{1}{2}(R(1-\tfrac{1}{2}\Phi^2) + R(1-\tfrac{1}{2}\Phi^2)) - R = -\tfrac{1}{2}R\Phi^2 \\
&= \frac{\tau^2}{2}(-R\Omega^2 + 2v\Omega - \frac{v^2}{R}) && (65)\\
\Delta_y &= \tfrac{1}{2}(-R + R) - 0 = 0 && (66)\\
\textbf{Zrychlení:} \quad \vec{A} &= \frac{2}{\tau^2}\vec{\Delta} && (67)\\
A_x &= -R\Omega^2 + 2v\Omega - \frac{v^2}{R} && (68)\\
A_y &= 0 && (69)
\end{aligned}$$

Graf vůči Zeměkouli $\mathcal{N}$:

$$\begin{aligned}
\vec{\delta} &= \vec{r}_\mathrm{s} - \vec{r}_0 = \tfrac{1}{2}(\vec{r}_\ominus + \vec{r}_\oplus) - \vec{r}_0 && (70)\\
\delta_x &= \tfrac{1}{2}(r(1-\tfrac{1}{2}\varphi^2) + r(1-\tfrac{1}{2}\varphi^2)) - r = -\tfrac{1}{2}r\varphi^2 = -\frac{v^2}{r} && (71)\\
\delta_y &= (-r + r) - 0 = 0 && (72)\\
\textbf{Zrychlení:} \quad \vec{a} &= \frac{2}{\tau^2}\vec{\delta} && (73)\\
a_x &= -\frac{v^2}{r} && (74)\\
a_y &= 0 && (75)
\end{aligned}$$

Zrychlení $\vec{A}_\mathcal{N} = \vec{A} - \vec{a}$ má jen složku x, a to

$$\vec{A}_\mathcal{N} = -R\Omega^2 + 2v\Omega \qquad (76)$$

a odtud plyne radiální setrvačná síla

$$\vec{F}_\mathrm{setr} = -m\vec{A}_\mathcal{N} = +mr\Omega^2 - 2mv\Omega \qquad (77)$$

Stejně jako v předchozím odstavci jde o sílu složenou z odstředivé (radiální, od osy otáčení) a Coriolisovy (kolmé na rychlost, což zde splývá s radiální).

6.2.4 Jedeme domů

Po úspěšné práci jedeme od pólu rovnou po poledníku domů rychlostí v vůči $\mathcal{N}$. Graf bude vypadat takto:

Viz obr. 5 — Jedeme domů

Grafické řešení Navrchu máme „červený“ papír – Zeměkouli; pod ní se otáčí proti hodinkám „zelený“. Připomínáme $\vec{R}_\mathrm{s} \equiv \overrightarrow{\mathrm{OB}}_\mathrm{s}$ apod.; $\Phi = \Omega\tau$; $l = v\tau$;
$R_0 = r_0 \equiv r$; $R_\ominus = r_\ominus = r - l$; $R_\oplus = r_\oplus = r + l$.

$$\begin{aligned}
\textbf{Rozdíl:} \quad \vec{\Delta} &= \vec{R}_\mathrm{s} - \vec{R}_0 = \tfrac{1}{2}(\vec{R}_\ominus + \vec{R}_\oplus) - \vec{R}_0 && (78)\\
\Delta_x &= \tfrac{1}{2}((r-l)(1-\tfrac{1}{2}\Phi^2) + (r+l)(1-\tfrac{1}{2}\Phi^2)) - r = -\tfrac{1}{2}r\Phi^2 = -\tfrac{1}{2}r\Omega^2\tau^2 && (79)\\
\Delta_y &= \tfrac{1}{2}((r-l)\Phi - (r+l)\Phi) - 0 = -l\Phi = -v\Omega\tau^2 && (80)\\
\textbf{Zrychlení:} \quad \vec{A} &= \frac{2}{\tau^2}\vec{\Delta} && (81)\\
A_x &= -r\Omega^2 \quad \text{dostředivé zrychlení} && (82)\\
A_y &= -2v\Omega \quad \text{Coriolisovo zrychlení} && (83)
\end{aligned}$$

Zrychlení $\vec{A}_{\mathcal{N}} = \vec{A} - \vec{a}$ má tentokrát obě složky, takže rozklad na zrychlení dostředivé (k ose otáčení) a Coriolisovo (kolmé k rychlosti) je tím potvrzen. Zrychlení $\vec{A}$ v $\mathcal{S}$ je nulové,

$$\vec{A}_{\mathcal{N}} = \{-r\Omega^2; \quad +2v\Omega\} \tag{84}$$

a odtud plyne setrvačná síla

$$\vec{F}_{\text{setr}} = -m\vec{A}_{\mathcal{N}} = \{+mr\Omega^2; \quad -2mv\Omega\} \tag{85}$$

Stejně jako v předchozím odstavci jde o sílu složenou z odstředivé (radiální, od osy otáčení) a Coriolisovy (tangenciální, kolmé na rychlost).

6.3 Mechanika mimo severní pól Zeměkoule

Jsme-li přímo na severním pólu, pak papír, na který rýsujeme, je kolmý k ose otáčení (zemské ose); jakákoliv rychlost částice na papíře je tedy vždy kolmá k zemské ose ($\theta = 90°$). Na rovníku je ale směr podél poledníku se zemskou osou rovnoběžný ($\theta = 0°$), jinde něco mezi tím. Ovšem žádný problém[17]: rozložíme je na složku podél osy zemské (ta se neuplatní) a kolmou – což je právě to, co jsme spočítali. To, co jsme řekli o jejich směrech, platí kdekoli, takže:

- u odstředivé síly povede 2D polohový vektor $\vec{r'}$ kolmo na osu rotace, a ne z počátku souřadnic $\mathcal{N}$;
- u Coriolisovy síly se u součinu $v\Omega$ objeví ještě sinus úhlu θ, který svírá okamžitá rychlost částice s osou rotace (na pólu probíhal pohyb v rovině kolmé k zemské ose, tedy i rychlost byla vždy k ose kolmá a $\sin 90° = 1$, proto jsme $\sin\theta$ neuváděli);

Značíme-li tedy r' vzdálenost částice od zemské osy a θ úhel mezi směrem okamžité rychlosti $\vec{v}$ částice a zemskou osou o, pak kdekoliv na povrchu Zeměkoule platí:

Odstředivá síla má velikost $F_{\text{odst}} = mr'\Omega^2$ a směřuje radiálně od zemské osy o;
Coriolisova síla má velikost $F_{\text{Cor}} = 2mv\Omega\sin\theta$ a směr kolmý na $\vec{v}$ i o:

Jestliže palec pravé ruky ukazuje směrem rychlosti částice a ukazováček má směr zemské osy (od jižního pólu k severnímu), pak prostředník (na oba předchozí prsty kolmý) udává směr Coriolisovy síly.

Mimochodem, odstředivá síla nás tedy při běhu podél rovníku „nadlehčuje“ proti zemské tíži; mimo rovník mají obě tyto síly různé směry (odstředivá radiálně od zemské osy, gravitační kamsi „do středu Zeměkoule“). Neradujte se, příspěvek odstředivé síly je nepatrný, menší než půl procenta tíže. Jak známo, tak na otáčející se Zeměkouli nazýváme

$$\text{tíhová síla} = \text{gravitační síla} + \text{odstředivá síla}. \tag{86}$$

6.4 Společné vlastnosti setrvačných sil

Setrvačné síly „působí“[18] na *všechny* objekty popisované z hlediska neinerciální soustavy. Tyto síly tedy např. z hlediska kolotoče „nutí“ budovy kolem, aby se pohybovaly po kruhových drahách kolem osy kolotoče apod. Jinými slovy, zavedeme-li je, můžeme i z hlediska kolotoče úspěšně popisovat svět, a to jak předměty spojené s kolotočem, tak i stojící mimo něj. Odstředivá a Coriolisova síla tedy (z hlediska Zeměkoule točící se kolem vlastní osy) správně popíšou pohyb Foucaltova kyvadla, stáčení pasátů, ale i pohyb stálic na noční obloze. Shrnuto dohromady tedy každá setrvačná síla

- „působí“ – ve smyslu poznámky pod čarou – na (každý) *pozorovaný objekt*;
- nepopisuje žádnou interakci (mezi dvěma tělesy), a proto nemá smysl k ní hledat reakci ve smyslu 3NZ;

[17] Tj. síly jsou vektory, i když to třeba neříkáme studentům nahlas.

[18] Méně emotivně řečeno: Setrvačné síly musíme zahrnout do pohybových rovnic pro libovolný objekt, který popisujeme v neinerciální soustavě.

- je to fakticky jen umělý přílepek ($-m\vec{A}_\mathcal{N}$) vymyšlený proto, aby 1NZ i 2NZ platily i při popisu z neinerciální vztažné soustavy;
- neexistuje (chcete-li, je identicky rovna nule) v inerciální vztažné soustavě.

7 Slovní zmatky; dostředivá síla a jiná „odstředivá síla"

Pojem odstředivé síly právě vyložený je sám o sobě dosti obtížný. Ale ještě horší je, že podobný termín – dostředivá síla – je úplně jiné kategorie. A nejhorší je, že stejný termín – odstředivá síla – se také užívá, ale pro něco zcela jiného.

7.1 (Vazbová) dostředivá síla

K tomu, aby se částice pohybovala rovnoměrně po kružnici, musí být výsledná síla kolmá k jejímu směru pohybu. Obvykle bývá tato síla vazbová (provázek, koleje apod.), u planet je to gravitační síla centrálního slunce. Při rovnoměrném pohybu částice směřuje tato síla do středu oskulační kružnice, a proto se nazývá *dostředivá síla*. Pokud se velikost rychlosti mění, tak „dostředivá" síla *nemá* směr do středu oskulační kružnice. Shrnutí: dostředivá síla (zajišťující křivočarý pohyb)

- působí na *pozorovaný objekt* (od vazby či od ostatních okolních objektů);
- popisuje skutečnou interakci (mezi dvěma tělesy), a proto k ní existuje reakce ve smyslu 3NZ;
- existuje i v inerciální vztažné soustavě.

7.2 Odstředivá síla (působící na vazbu)

Pokládáme-li vazbovou dostředivou sílu za akci, pak reakcí k ní je síla, kterou obráceně působí částice na vazbu (provázek, kolejnici . . .). Někdy se tato síla nazývá *odstředivou*: „Koleje poškodila odstředivá síla projíždějících vlaků; ložisko vymlela odstředivá síla špatně vyváženého kola". Není to moc šťastné z více důvodu. Jednak v případě ložiska ho tato síla poškodí směrem do osy, nikoli od osy[19]. Dále, její zavedení pro planetu obíhající kolem slunce by bylo rozporuplné; uvažte nikoli lehkou planetu, ale dvojhvězdu. A především je tato síla něco úplně jiného než právě vyložená (setrvačná) odstředivá síla:

- nová odstředivá síla *působí na vazbu* (závěs, kolej. . .), nikoli na částici;
- nová odstředivá síla je skutečná síla a existuje při popisu v kterékoli vztažné soustavě;
- nová odstředivá síla je ve vztahu akce – reakce s dostředivou silou, nutící částici k pohybu po kružnici;
- nová odstředivá síla nemá dobrý smysl, je-li zakřivení dráhy zkoumaného tělesa dáno nikoli vazbou, ale obecným silovým působením, např. gravitací jiného tělesa.

Nicméně, říká se to takto, a těžko najít něco jiného, co by se ujalo[20]. Nezbývá než uvážit vždy, o co se jedná: výše uvedené rozdíly vám určitě pomohou jednoznačně rozhodnout.

8 Příklady

8.1 Košíková na kolotoči: zvláště názorný příklad

Oblíbeným pouťovým trikem na kolotoči bývá volejbalový koš na ose: během zastavování kolotoče se vhodí mezi vozící se zákazníky volejbalový míč s tím, že každý, kdo se trefí do koše, se může vozit znovu zadarmo.

Každý to rád zkusí, přesně zamíří – ale většinou se velice mine: míč namířený na koš se v letu jaksi zahne doprava a proletí dost daleko od koše. Fyzik sedící na kolotoči si řekne: „Inu, odehnula ho Coriolisova síla spolu s odstředivou." Fyzik stojící na zemi vedle kolotoče si řekne: „Ten míč letí ve svislé rovině, a ne

[19] No vážně: osa ložiska je prý vymletá *odstředivou silou* – ale je snad nafouklá od středu osy, ven? Nikoli, je vmačkaná, a to samozřejmě ke středu osy, dovnitř!

[20] Zkuste přemluvit lidi, aby říkali *teplotoměr* namísto *teploměr*, protože měří teplotu, a ne teplo!

po nějaké zahnuté ploše. Ale proč s ním ten člověk míří na koš a ne doleva, když ví, že se sám pohybuje doprava?“ On totiž vidí, že házející, který míří na koš, se sám pohybuje kolmo ke směru, kterým hází. Je to stejné, jako kdyby házel z auta, které projíždí okolo rychlostí stejnou, jakou má na kolotoči házející, tedy $U = R\Omega$. Je-li míč vržen rychlostí $\vec{v}$ k ose, má vůči Zemi rychlost W , která je vektorovým součtem těchto rychlostí: $\vec{W} = \vec{v} + \vec{U}$; rychlosti $\vec{v}$, $\vec{U}$ jsou k sobě kolmé. Po době $\tau = R/v$ proletí ve vzdálenosti $D = U\tau = RU/v$ od osy.

8.2 Střelba na židličce

K otáčivé židli je našroubována vzduchová pistole mířící radiálně od osy otáčení a o něco dále terč. Roztočíme-li židli, dopadnou střely jinam, než když je židle v klidu.

Pozorovatel na židli měří zakřivený let střely a vysvětlí ho Coriolisovou a odstředivou silou, působící na pohybující se střelu. Pozorovatel na Zemi vidí shora přímý let střely. Vidí však, že střela má vedle své rychlosti $\vec{w}$ vůči zbrani i složku o velikosti $V = R\Omega$ danou tím, že se zbraň ve vzdálenosti R od osy otáčí úhlovou rychlostí Ω, a dále že během doby letu τ se cíl posune po oblouku o středovém úhlu $\Omega\tau$.

K oběma popisům přistupuje ovšem ještě mírný pokles ve výšce daný volným pádem střely během letu.

8.3 Odklon pasátů

Předmět, který stojí na rovníku, se vůči našemu andělu strážnému pohybuje úctyhodnou rychlostí. Rovník má 40 000 km, Zeměkoule se otočí jednou za 24 hodin, čili předmět má vůči němu nadzvukovou rychlost:

$$V_{0^\circ} = \frac{40\,000}{24}\,\mathrm{km/h} \approx 1\,667\,\mathrm{km/h} \approx 463\,\mathrm{m/s}. \tag{87}$$

Posune-li se o 30° na sever, měl by – pro klid vůči Zeměkouli – mít rychlost nižší:

$$V_{30^\circ} = 463 \cdot \cos 30^\circ \mathrm{m/s} \approx 400\,\mathrm{m/s}. \tag{88}$$

Pokud si tedy předmět o hmotnosti m setrvačností ponechal svých 463 m/s, tak přesunem na sever o 30° získal slušnou rychlost $\Delta v = 63\,\mathrm{m/s}$ vůči Zeměkouli, a také tomu odpovídající hybnost $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$ (se směrem na východ). Z hlediska Zeměkoule se předmět urychlil; toto zrychlení $\vec{a}_{\mathrm{Cor}}$, stejně jako přírůstek $\Delta\vec{p}$ hybnosti, se jeví jako důsledek Coriolisovy síly $\vec{f}_{\mathrm{Cor}}$ „působící“ na točící se Zeměkouli: $\vec{a}_{\mathrm{Cor}} = -\vec{f}_{\mathrm{Cor}}/m$.

A konkrétně k pasátům a vůbec k proudění vzduchu na naší Zeměkouli: když se vzduch přesouvá na severní polokouli směrem od rovníku k pólu (to nastává v horních vrstvách troposféry), tak se právě popsaným mechanismem „předbíhá“ doprava (na východ). Na jižní polokouli při přesunu směrem od rovníku k jižnímu pólu se předbíhá rovněž na východ, tentokrát je to ovšem z jeho hlediska doleva. Naopak, proudí-li vzduch obráceným směrem, tedy směrem od pólů k rovníku (to pozorujeme ve spodních vrstvách atmosféry), pak „nestíhá Zeměkouli“, zpožďuje se oproti zemskému povrchu, a tedy z hlediska svého pohybu se stáčí na západ (opět je to na severní polokouli doprava, na jižní doleva).

Obecně vzato je toto „Coriolisovo stáčení“ při pohybu předmětu na (otáčející se) Zeměkouli tím výraznější, čím blíže jsme pólu. Na rovníku samotném se Coriolisova síla uplatní jen nepatrně – tím, že při pádu z výšky se předmět uchyluje na východ, při pohybu po rovníku směrem východním je předmět nadlehčován. Při pohybu od rovníku směrem k pólu (kterémukoliv) je ovšem přímo na rovníku Coriolisova síla nulová, protože tam je směr pohybu rovnoběžný s osou rotace Zeměkoule.

8.4 Pád z velké výšky

Kámen padající z Eifellovy věže (ve vakuu) by padal asi 7 s a nepadl by podle olovnice, ale zhruba 7 cm na východ. Proč? Z hlediska Zeměkoule na něj během pádu působila odstředivá a Coriolisova síla; z hlediska našeho strážného anděla se díky otáčení Zeměkoule a nepatrně větší vzdálenosti vršku věže od osy otáčení oproti spodku má vršek nepatrně větší postupnou rychlost než spodek, takže fakticky nejde přesně o volný pád, ale o vodorovný vrh (nepatrnou rychlostí na východ, ve směru otáčení).

Občas se můžete setkat s „aristotelovským“ výkladem: během pádu se Zeměkoule pod kamenem stačí trochu pootočit (jako by se kámen ve svém rotačním pohybu se Zeměkoulí v okamžiku upuštění ml náhle zastavit). Rozeberte to se žáky podrobněji. Anděl strážný Vám potvrdí, že spodní část věže vůči němu letí (na východ) zhruba rychlostí zvuku, ovšem svrchní taky, a ještě nepatrně rychleji. Za dobu pádu kamene se spodek i vršek věže od anděla vzdálí o několik kilometrů na východ. Kdyby tedy „aristotelovsky“ kámen zapomněl obíhat kolem zemské osy, jakmile ho nedržíte, dopadl by na *obrácenou* stranu, a to s pěkně velkou odchylkou – o několik kilometrů.

8.5 A nakonec Cimrmanovo „Tudy cesta nevede, přátelé!“

Při zájezdu do rovníkové Afriky či Equadoru se na rovníku můžete setkat s ochotnými obchodníky, kteří vám (za mírný bakšiš) ukážou, jak na severní polokouli se při vytékání vody z nádoby malým otvorem ve dně tvoří vír doprava, zatímco o metr dále – už na jižní polokouli – v téže nádobě vytvoří táž voda při vytékání vír levotočivý. Je to velice efektní. (Vy se o to ani nepokoušejte. Nejspíš se vám ten jejich pokus nějak nepovede zopakovat.)

Když si ale uvědomíte:

- že Coriolisovo zrychlení $2v\Omega\sin\theta$ je řádu $10^{-13}\,\mathrm{m/s^2}$ (odhadem: při zemském poloměru 6 378 km a odchylce v poloze 1 m je $\sin\theta \approx \theta = \frac{1}{6\ 378\ 000} \approx 0,16 \cdot 10^{-6}$; úhlová rychlost Ω otáčející se Zeměkoule je $\Omega = \frac{1}{60 \cdot 60 \cdot 24} \approx 11,6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{s^{-1}}$ a rychlost v proudící vody je malá);
- že je značně těžké ustálit čerstvě nalitou vodu v nádobě tak, aby se ani trošinku netočila;
- že s klesající hladinou a poloměrem otáčení se původní úhlová rychlost víru v kapalině výrazně zvyšuje;
- co dokážou nepatrné mimovolné (ba i nemimovolné) pohyby lidského těla, dané už prostě jen tepem našeho srdce, chvěním svalstva a podobně,

jmou se vás jisté pochybnosti a věrohodnosti tohoto „důkazu“ Coriolisovy síly. Docela právem.

– = ≡ 0 ≣ 0 ≡ = –

9 Dodatek – připomenutí

9.1 Co *jsou* setrvačné síly

Zabývali jsme se „setrvačnými silami“, např. setrvačnou silou unášivou, odstředivou, Coriolisovou, Eulerovou. Zavádíme je, abychom mohli použít 2. Newtonův zákon (zákon síly) i tam, kde neplatí 1. Newtonův zákon (zákon setrvačnosti), totiž při popisu v otáčející se nebo vůbec jakkoli urychlované soustavě.

Jde o problematiku klasické mechaniky. Rozdělíme-li mechaniku na

- **kinematiku** (zabývá se prostorem a časem, a jimi popisuje *průběh* pohybu), a
- **dynamiku** (zahrnuje navíc pojmy a veličiny jako síla a hmotnost, určující *příčiny* pohybu),

pak zjistíme, možná překvapivě, že „setrvačné síly“, třebaže mají v názvu slovo síla, patří mnohem více do kinematiky; odtud i jejich novější název *kinematické síly* (Brdička, Hladík).

$\hookleftarrow$ 1) Zvláštní partií dynamiky je *statika* zabývající se rovnováhou sil. Nebudeme se jí samostatně zabývat, její problematika sem nevnáší nic zásadního či odlišného.

$\hookleftarrow$ 2) *Kvantová teorie* se zde neuplatní. Navíc v kvantové mechanice neužíváme pojmu „síla“, ale obecnější pojem *interakce*, a tu popisujeme pomocí energie, např. hamiltoniánem.

$\hookleftarrow$ 3) Ani *teorií relativity* se zde nemusíme zabývat. Speciální teorie relativity se sice zabývá vztahem prostoru a času a zavádí sjednocený *prostoročas*, ale zabývá se výhradně inerciálními vztažnými soustavami. Zato obecná teorie relativity opouští předpoklad existence inerciální soustavy (1. Newtonův zákon v moderním znění) a popisuje fyziku v soustavách neinerciálních, přičemž do tohoto popisu dokáže zahrnout gravitaci a popsat ji jako vlastnost (zakřiveného) prostoročasu.

$\hookleftarrow$ 4) Namísto *síly setrvačné* se jim též říkalo *síly zdánlivé*, *fiktivní* aj.. Nový, výstižný název je síly *kinematické*.

9.2 Co *nejsou* setrvačné síly

Zavádějící a proto chybné jsou výroky (běžné ve volnějším hovoru) typu

- Střelu žene setrvačná síla…
- Měsíc se kolem Země pohybuje setrvačnou silou…
- Střela setrvačnou silou rozbije cíl…
- …

které evokují přednewtonovskou, aristotelovskou představu, že k pohybu je potřeba síla, a tedy kde je pohyb, tam musí být nějaká síla. (Newton říká něco jiného: kde chceme *změnu* pohybu, tam potřebujeme sílu.)

Pomoc je jednoduchá: mluvme nikoli o *setrvačné síle* (působící „zvenku“ na předmět), ale o *setrvačnosti* (vlastnosti předmětu[21]). Pak je všechno v pořádku, a formulace je přitom stejně jednoduchá jako dříve: střelu žene setrvačnost, Měsíc se pohybuje setrvačností, střela setrvačností rozbije cíl …

Další běžná chyba: Pravda je, že vlivem Coriolisovy síly nespadne z Eifellovy věže kámen přímo dolů, ale o pár centimetrů vedle. „Zdůvodnění“, že během pádu se Zeměkoule o kousek pootočí, svědčí o přednewtonovském uvažování. (Kámen do okamžiku upuštění se přece otáčí spolu se Zeměkoulí. Proč by se měl zastavit, když ho upustíme? Mj. by to vedlo k odchylce na druhou stranu.) Správný populární výklad je, že kámen nahoře, více vzdálený od středu Země, má v klidu nepatrně vyšší obvodovou rychlost, než jaká je dole, u úpatí. Z hlediska Zeměkoule tedy jde o vodorovný vrh (nepatrnou rychlostí).

9.3 Těleso; částice neboli hmotný bod

Abychom poznali, že někde působí síly, musí tam být něco, co můžeme pozorovat, na co tyto síly působí a co se jimi dá nějak ovlivnit — nějaké *těleso*, a my ho pozorujeme. To se vlivem sil

- dá do pohybu, urychlí nebo naopak přibrzdí, zastaví, změní směr pohybu …;
- roztočí se nebo naopak zpomalí své dosavadní otáčení, změní osu otáčení …;
- deformuje se: stlačí, pokřiví, zkroutí, rozdrobí …

[21] Pamatujme i podle struktury slova: setrvačnost je vlastnost předmětu, stejně jako rychlost, hmotnost, pevnost atd.

a podobně. Často si zjednodušíme život, když uvažujeme *nejjednodušší* možné těleso: bude tak malé, že v naší úloze můžeme jeho vlastní rozměry zanedbat. Takovému tělesu se říká často *hmotný bod* (HB), my mu zde říkáme jednoslovně *částice*. Tím nám zůstane v horním seznamu jen první řádka; ostatní ztrácejí smysl. Částice je plně popsána, známe-li její polohu (jediný bod) a hmotnost.

Hmotný bod *neboli* částice *je těleso, jehož vlastní rozměry jsou v dané úloze zanedbatelné.*

1) Vyšetřujeme-li pád kamínku na Zemi, můžeme v prvním přiblížení brát kamínek jako částici = hmotný bod, Zemi ovšem ne. Ale sledujeme-li pohyb Země kolem Slunce, můžeme v prvním přiblížení brát Zemi jako částici. Při popisu Mléčné dráhy můžeme uvažovat celou Sluneční soustavu za jedinou částici ze stomiliard ostatních.

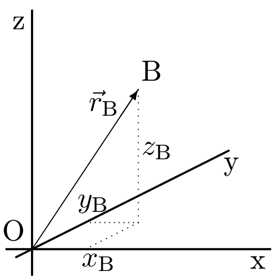
2) Námi zavedená částice nemá nic společného s *elementárními částicemi*. Naopak, musí být tak velká, aby ji šlo popisovat stejnými modely jako původní těleso, tedy např. v hydrodynamice to bude kapička vody v tekoucí řece. Její poloha je dána jediným bodem, její velikost, objem, hmotnost atd. zpravidla popíšeme diferenciálem: dx, dV, dm atd..

9.4 Poloha bodu; vztažná soustava; polohový vektor

Polohu tělesa určujeme vždycky vůči něčemu jinému, např. vůči jiným, „vztažným" tělesům: cestující je v klidu vůči autu, ale (spolu s autem) se pohybuje vůči Zemi. Ve fyzice používáme *vztažnou soustavu* $\mathcal{S}$. Zde budeme užívat *kartézskou soustavu* mající osy navzájem kolmé, orientované podle pravidla pravé ruky a se stejnými měřítky na osách. Bude určena dvěma atributy:

počátek (souřadnic) zpravidla značený O nebo P (z lat. orīgō, -inis, *f.* = počátek). Z něj vycházejí

souřadnicové osy zpravidla značené x, y, z (také zvané „*vztažný trojhran* xyz").



Poloha každého bodu B v prostoru je v $\mathcal{S}$ určena trojicí čísel (x_B, y_B, z_B), zvanými jeho *kartézské souřadnice*. Vzdálenost $\overline{BC}$ bodů B, C je dána podle Pythagorovy věty:

$$\overline{BC} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 + (z_B - z_C)^2}$$

Bod B může být též určen svým *polohovým vektorem* $\vec{r}$, tj. vektorem vycházejícím z počátku souřadnic a končícím v bodě B. Vektory značíme písmenem se šipkou (v knihách občas tučnými písmeny).

Připomeňme, že vektor je veličina popsaná třemi souřadnicemi (analytický popis) anebo velikostí a směrem v prostoru (geometrický popis), pro kterou jsou definovány jisté operace (sčítání = skládání vektorů, násobení číslem, skalární součin atd.). Jestliže se bod pohybuje, závisí jeho poloha na čase t, takže polohový vektor je funkcí času: $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Souvislost mezi bodem a jeho polohovým vektorem je vzájemně jednoznačná a do té míry zřejmá, že popis bodem B nebo jeho polohovým vektorem $\vec{r}_B$ bez rozpaků střídáme podle toho, co je právě názornější.

Hodnota ***relativní*** veličiny závisí na tom, ve které vztažné soustavě ji měříme, např. poloha $\vec{r}$ částice, velikost rychlosti v.

Hodnota ***absolutní*** veličiny na volbě vztažné soustavy nezávisí, např. hmotnost m částice nebo vzdálenost d dvou částic.

K pojmu vektoru: ne každá trojice údajů (nebo velikost a směr) jsou vektorem. Otočení kolem obecné osy (= směr) o úhel α (= velikost) netvoří vektor, mj. protože konečná otočení kolem různých os nejsou záměnná při skládání: po povelech „K zemi" a pak „Vpravo v bok" anebo po povelech „Vpravo v bok" a pak „K zemi" má voják různé polohy! Naopak úhlová rychlost $\vec{\omega}$, kde $\omega = \mathrm{d}\,\alpha / \mathrm{d}\,t$, vektor je.

9.5 Literatura

např. Brdička M., Hladík A.: Teoretická mechanika. Academia Praha, 1987; str. 42-48, 106-112.