

**Zadání:** Jednorozměrná relativistická úloha:

**Auto vlastní délky  $d_{a0} = 1$  projíždí zleva garáží vlastní délky  $d_{g0} = 1$  rychlostí  $\beta = v/c = 0,6$ .**

Když je prostředek auta uprostřed garáže, přeskóčí **jiskra** (událost L) a záblesk světla letí na obě strany. Vyneste do grafu a určete souřadnice různých událostí v soustavě **S** (vůči garáži) i v soustavě **S'** (vůči autu). Berte  $c = 1$  (např. jednotky délky  $l_0 = 5$  m, času  $t_0 \approx 166$  ns). Lorentzův činitel je  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2} = 5/4$ .

**Garáž:** Garáž je v klidu v soustavě **S**. Má vlastní délku  $d_{g0} = 1 = d_g$ , vjezd (vlevo) A, výjezd B. „Garážní“ čas značíme  $t$  a vynášíme **svisle** vzhůru (plná červená šipka). Polohu vůči garáži značíme  $x$  a vynášíme **vodorovně** (zleva doprava, plná červená šipka). Počátek souřadnic  $x = 0$  volíme v A, výjezd B má tedy  $x = 1$ . Časový počátek  $t = 0$  v **S** volíme, když do vjezdu A do garáže vjíždí příď D auta (událost AD). Souřadnice události píšeme ve vztažné soustavě **S** v pořadí  $[x; t]$ . Vše je bez čárky.

**Auto:** Auto je v klidu v soustavě **S'**, zepředu na něj najíždí garáž. Auto má vlastní délku  $d_{a0} = 1 = d_a'$ , vlevo zád' (C) se souřadnicí  $x' = -1$ , vpravo příď' (D) se souřadnicí  $x' = 0$ .

Časový počátek  $t' = 0$  v **S'** volíme stejně – když do vjezdu A do garáže vjíždí příď' D auta (událost AD). V soustavě **S'** (auta) značíme časy  $t'$ , polohy  $x'$ , souřadnice událostí  $[x'; t']'$ . Vše je s čárkou, i závorka.

**Základní události** značíme dvěma písmeny (setkání auta C, D s garáží A, B) nebo L:

- AD:  $= [0; 0]$   $= [0; 0]$  do garáže vjíždí (A) příď' (D) auta.
- AC:  $= [0; 4/3]$   $= [-1; 5/3]'$  do garáže vjíždí (A) zád' (C) auta.

**Z hlediska S** je čas  $t = 4/3 = (4/5)/(3/5)$ , protože auto, v **S** dlouhé jen  $4/5$ , přejelo kolem rychlostí  $3/5$ .

**Z hlediska S'** je čas  $t' = 5/3$ , protože přední vrata A garáže musela rychlostí  $3/5$  urazit celou délku auta v **S'** stojícího, tedy  $1,0$  (podél auta od příde D k zádi C).

- BD:  $= [1; 5/3]$   $= [0; 4/3]'$  z garáže vyjíždí (B) příď' (D) auta.

**Z hlediska S** je čas  $t = 5/3 = (1)/(3/5)$ , protože předek D auta jel v garáži od předních vrat A k zadním vratům C úsek v délce  $1,0$  rychlostí  $3/5$ .

**Z hlediska S'** je čas jen  $t' = 4/3$ , protože garáž délky pouhých  $4/5$  mījela auto rychlostí  $3/5$ .

Z hlediska **S** tedy proběhne *napřed* událost AC, a *potom* BD.

Naopak, z hlediska **S'** proběhne *napřed* událost BD, a *potom* AC. Interval AC-BD je prostorové povahy.

- BC:  $= [1; 3]$   $= [-1; 3]'$  z garáže vyjíždí (B) zád' (C) auta.  
Z hlediska **S** i **S'** zdůvodněte sami.

**Záblesk světla**

- L:  $= [1/2; 3/2]$   $= [-1/2; 3/2]'$  setkání středu auta se středem garáže.

**Poloha auta** při záblesku L světla:

současnost podle garáže: tlustá červená

současnost podle auta: tlustá modrá

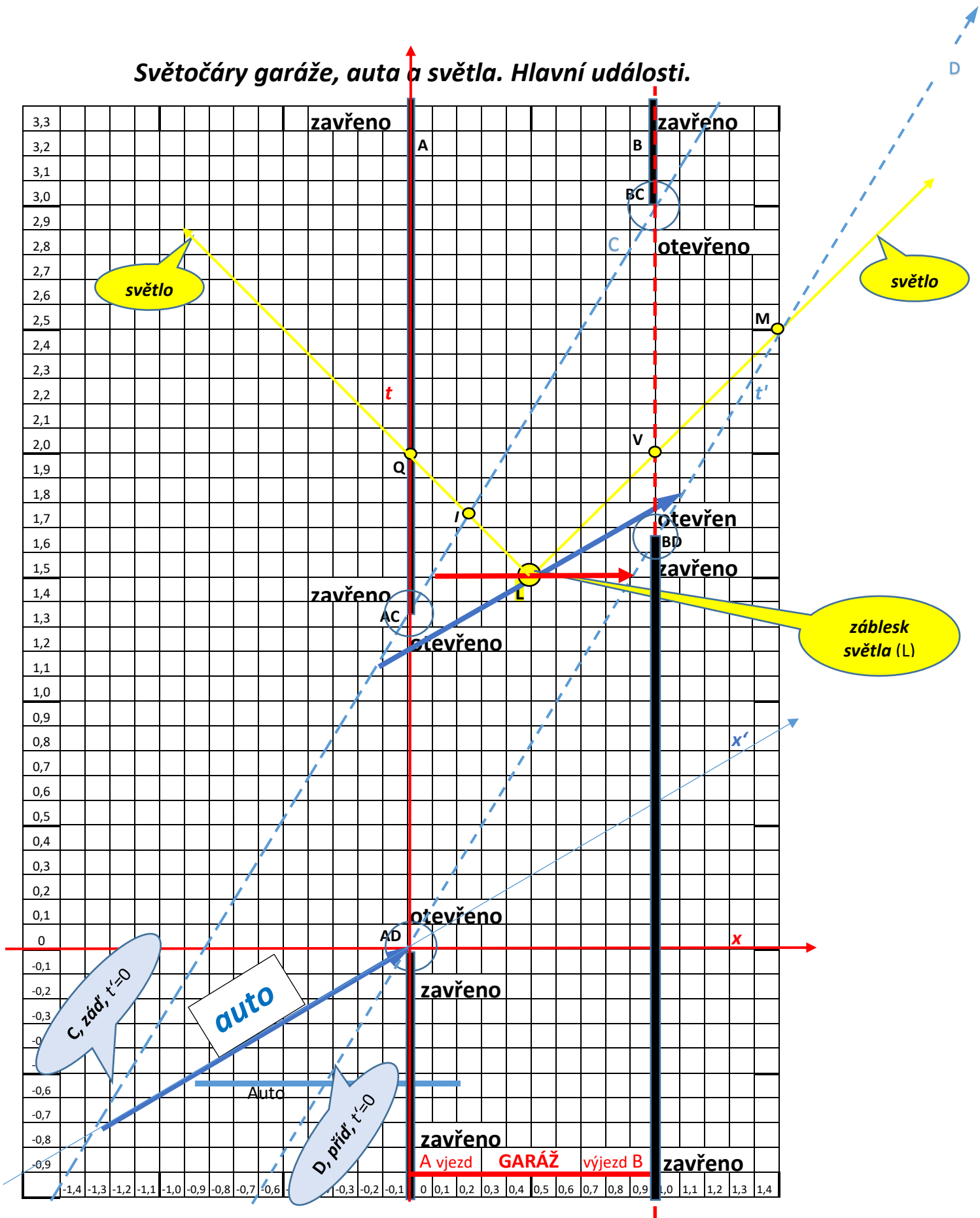
**Světlo a garáž**

- Q  $= [0; 2]$   $= [-3/2; 5/2]'$  záblesk dostihne vjezd do garáže.
- V  $= [1; 2]$   $= [-1/4; 7/4]'$  záblesk dostihne výjezd z garáže.

**Světlo a auto**

- I  $= [1/4; 7/4]$   $= [-1; 2]'$  záblesk dostihne zád' auta.
- M  $= [3/2; 5/2]$   $= [0; 2]'$  záblesk dostihne příď' auta.

### Světločáry garáže, auta a světla. Hlavní události.



Graf není rýsovaný počítačem, ale rukou ve Wordu. Je proto jen informativní.

**Totéž zpracováno mnohem detailněji:**

Auto – chameleon – mění barvu (zelená, žlutá, modrá, oranžová, šedá, černá), a to po  $\Delta t' = 1/6$ . To nám umožňuje v soustavě  $S'$  pohodlně odečítat čárkované hodnoty  $t'$ ; silnější modré šipky odpovídají celistvým hodnotám času  $t'$ , tj. 0; 1; 2; 3.

**Garáž** (soustava  $S$ ) má opět jako osy červenou plnou šipku vodorovnou pro  $x$  (pro  $t = 0$ ) a svislou pro  $t$  (pro  $x = 0$ , vjezd do garáže, A). Výjezd B z garáže je svislá tlustá červená čárkovaná čára se souřadnicí  $x = 1$ . Zavřená vrata vjezdní i výjezdní jsou vyznačena tlustou svislou černou čarou. Vnitřek garáže je znázorněn dole tučnou vodorovnou čarou s označením **A vjezd GARÁŽ výjezd B**. V časovém úseku  $4/3 < t < 5/3$  jsou obojí vrata zavřena a auto je mezi nimi. Auto je z pohledu  $S$  znázorněno vodorovnou černou šipkou (vždy má délku 0,8 a barevné puntíky na ní vyznačují barvu příslušného místa).

**Auto** je v klidu v soustavě  $S'$ . Ta má osy  $x'$  (tenká bleděmodrá mírně šikmá šipka) a  $t'$  (strmá bleděmodrá tučná čárkovaná šipka); ta je současně světočarou přídě **D** (mající  $x' = 0$ ). Světočára zádě **C** (mající  $x' = -1$ ) je s ní rovnoběžná, bleděmodrá dlouhá tenká čárkovaná přímka. Auto v různých okamžicích v  $S'$  znázorňují zleva napravo stoupající šikmé barevné šipky. Auto má samo vůči sobě v každém svém okamžiku všude stejnou barvu. Ovšem v  $S$ , z hlediska garáže, ho vidí v každém (svém) okamžiku duhově (černé vodorovné šipky s barevnými puntíky podle příslušné barvy).

V době  $4/3 < t' < 5/3$ , od šedého auta G-BD k zelenému AC-J, je „krátká garáž navlečena“ na auto.

**Světelný signál** vyslaný při setkání středu auta se středem garáže (událost L,  $t = t' = 1,5$ ) je vyznačen a popsán jasně žlutě. V příslušných soustavách dojde signál současně k oběma koncům garáže ( $t = 2$ ) či auta ( $t' = 2$ ). Může být využit pro synchronizaci hodin v autě i v garáži.

**Souřadnice různých doplňujících událostí;** malé červené kroužky, pro světlo černé kroužky

Poloha zádi auta (C), když:

E	= $[-5/4; -3/4]$	= $[-1; 0]'$	podle auta ( $S'$ ) do garáže vjíždí (A) příd' (D) auta
F	= $[-4/5; 0]$	= $[-1; 3/5]'$	podle garáže (S) do garáže vjíždí (A) příd' (D) auta
G	= $[-1/4; 11/12]$	= $[-1; 4/3]'$	podle auta ( $S'$ ) z garáže vyjíždí (B) příd' (D) auta
H	= $[1/5; 5/3]$	= $[-1; 29/15]'$	podle garáže (S) z garáže vyjíždí (B) příd' (D) auta

Poloha přídi auta (D), když:

J	= $[5/4; 25/12]$	= $[0; 5/3]'$	podle auta ( $S'$ ) do garáže vjíždí (A) zád' (C) auta
K	= $[4/5; 4/3]$	= $[0; 16/15]'$	podle garáže (S) do garáže vjíždí (A) zád' (C) auta

Poloha vjezdu (A) do garáže, když

N	= $[0; 16/15]$	= $[-4/5; 4/3]'$	podle auta ( $S'$ ) z garáže vyjíždí (B) příd' (D) auta
P	= $[0; 5/3]$	= $[-5/4; 25/12]'$	podle garáže (S) z garáže vyjíždí (B) příd' (D) auta

Poloha výjezdu (B) z garáže, když

R	= $[1; 3/5]$	= $[-4/5; 0]'$	podle auta ( $S'$ ) do garáže vjíždí (A) příd' (D) auta
S	= $[1; 0]$	= $[5/4; -3/4]'$	podle garáže (S) do garáže vjíždí (B) příd' (D) auta
T	= $[1; 4/3]$	= $[1/4; 11/12]'$	podle garáže (S) do garáže vjíždí (B) zád' (C) auta
U	= $[1; 29/15]$	= $[-1/5; 5/3]'$	podle auta ( $S'$ ) do garáže vjíždí (B) zád' (C) auta

**Významné intervaly:** čtverec intervalu má velikost  $I^2 = x^2 - (ct)^2 = x'^2 - (ct')^2$  (a ovšem zde  $c = 1$ ).

**Interval časové povahy,  $I^2 < 0$ , je např.**

**AD-AC:**  $(AD-AC)^2 = 0^2 - (4/3)^2 = -16/9 = -(\text{doba } t)^2$  průjezdu auta bodem na zemi (v  $S$ )

**BD-AD:**  $(BD-AD)^2 = -(5/3)^2 + 1^2 = -16/9 = -(\text{doba } t')^2$  průjezdu bodu na autě garáží (v  $S'$ )

Platí  $(AD - AC)^2 = (R - U)^2 = (AD - BD)^2 (= -16/9)$ .

**Interval prostorové povahy,  $l^2 > 0$ , je např.**

**AC-BD**, vyznačený zde růžově:  $(AC - BD)^2 = 1^2 - (1/3)^2 = 8/9$ , = max. (vzdálenost)<sup>2</sup> setkání AC a BD.

Proto události

AC (zád' auta A m'jí vstup do garáže C) a

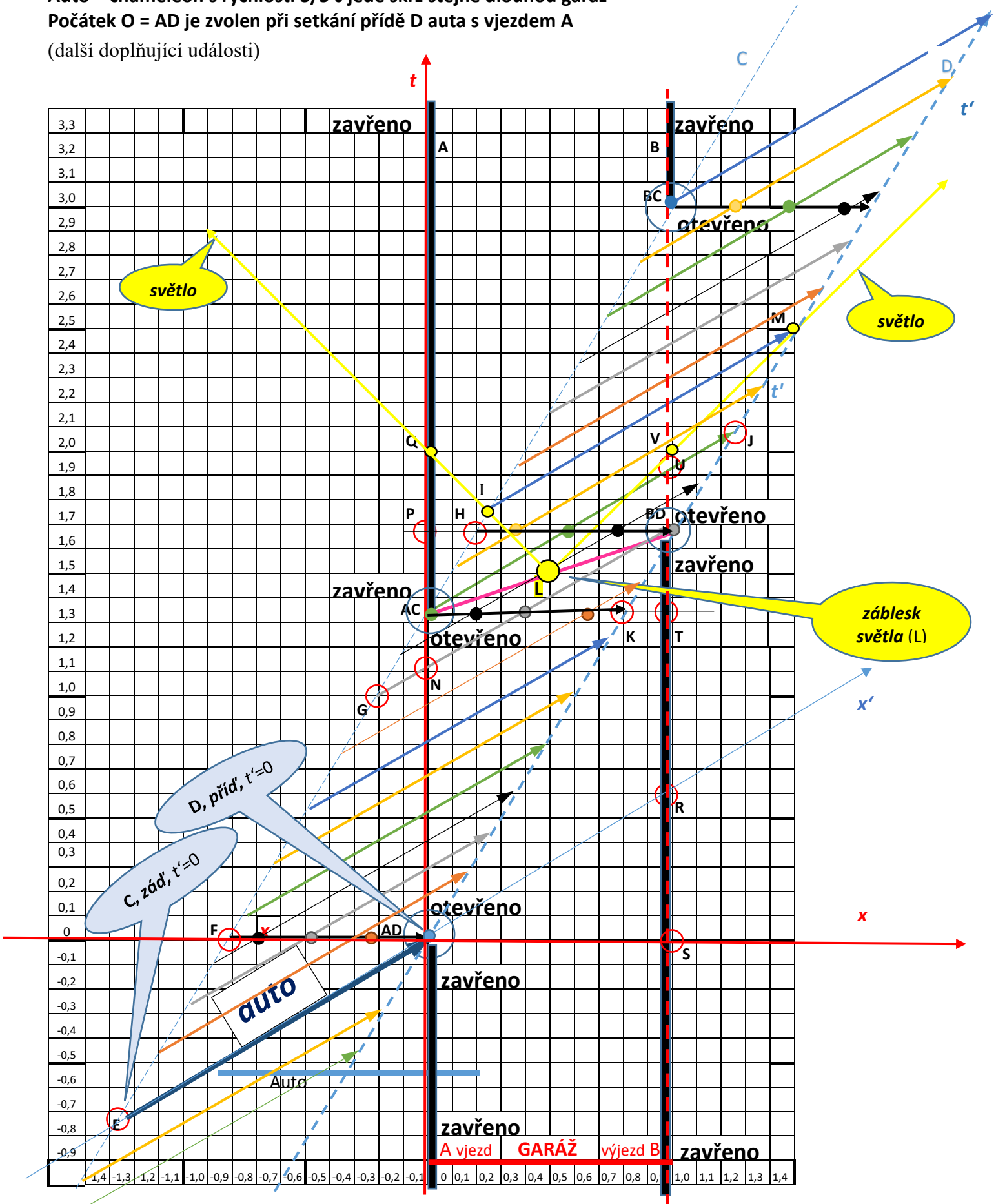
BD (příd' auta B m'jí výstup garáže D) ,

tedy krajní body „růžového intervalu“, mohou být vůči sobě v různém časovém vztahu:

- v soustavě S nastane napřed AC a pak BD, tedy celé krátké auto je jistou dobu ( $\Delta t = 1/3$ ) uvnitř garáže,
- v soustavě S' nastane naopak napřed BD a pak AC, tedy krátká garáž je jistou dobu ( $\Delta t' = 1/3$ ) navlečena kolem dlouhého auta.
- v jisté vztažné soustavě S'' jsou obě krajní události současné. Auto má v této vztažné soustavě rychlost  $1/3$ , garáž  $-1/3$  a auto je v ní stejně dlouhé jako garáž, totiž  $\sqrt{8/9}$ .

Jan Obdržálek, 2018-04-15

Auto – chameleon s rychlostí  $3/5 c$  jede skrz stejně dlouhou garáž  
 Počátek  $O = AD$  je zvolen při setkání přídě D auta s vjezdem A  
 (další doplňující události)



Graf opět není rýsovaný počítačem, ale rukou ve Wordu. Je proto jen informativní.