

# Domácí úkol č. 4

Zadáno: 25.4.2019

Odevzdat do: 9.5.2019

## Spinový dimer

Uvažujte systém navzájem neinteragujících spinových dimerů,<sup>1</sup> sestávajících ze dvou částic se spiny 1/2, umístěný do vnějšího magnetického pole  $H$  ve směru osy  $z$ . Interakce spinů v rámci dimeru je efektivně popsána Heisenbergovým hamiltoniánem

$$\mathcal{H} = -J(S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y + S_1^z S_2^z),$$

kde  $J > 0$  je parametr (feromagnetické) výměnné interakce a  $S_k^\alpha$  ( $k = 1, 2$ ) jsou spinové operátory

$$S_k^x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_k^y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad S_k^z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Operátor magnetizace ve směru  $z$  je dán výrazem

$$M = g\mu_B(S_1^z + S_2^z).$$

V rovnováze spočtěte

1. magnetizaci  $M$ ,
2. susceptibilitu  $\chi_T$ ,
3. tepelnou kapacitu  $c_H$  (resp. její příspěvek od uvažovaných magnetických stupňů volnosti – viz poznámka).

Vykreslete teplotní závislost magnetizace, susceptibility a tepelné kapacity pro zvolenou hodnotu  $H$  v rozumném teplotním rozsahu a diskutujte limity  $T = 0$  a  $k_B T \gg J$ .

*Poznámka:* Uvědomte si, že další stupně volnosti nejsou v tomto efektivním popisu zahrnuty a tedy požadavek na antisymetrizaci *kompletní* vlnové funkce neklade na spinovou část vlnové funkce žádné omezení.

*Nápověda:* Heisenbergův hamiltonián lze samozřejmě diagonalizovat „hrubou silou“, je ale také možné ho přepsat pomocí operátorů, jejichž spektra jsou dobře známá.

---

<sup>1</sup>Příkladem je krystal  $(\text{VO})_2\text{P}_2\text{O}_7$ , kde dva ionty vanadu v rámci jedné molekuly navzájem interagují přes výměnnou interakci, ale magnetická interakce mezi molekulami je zanedbatelná.