

Domácí úkol č. 4

Zadáno: 8.4.2020

Odevzdat do: 29.4.2020

Spinový dimer

Uvažujte systém navzájem neinteragujících spinových dimerů,¹ sestávajících ze dvou částic se spiny 1/2, umístěný do vnějšího magnetického pole H ve směru osy z . Interakce spinů v rámci dimeru je efektivně popsána Heisenbergovým hamiltoniánem

$$\mathcal{H} = -J(S_1^x S_2^x + S_1^y S_2^y + S_1^z S_2^z),$$

kde $J > 0$ je parametr (feromagnetické) výměnné interakce a S_k^α ($k = 1, 2$) jsou spinové operátory

$$S_k^x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad S_k^y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad S_k^z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Operátor magnetizace ve směru z je dán výrazem

$$M = g\mu_B(S_1^z + S_2^z).$$

V rovnováze spočtěte

1. magnetizaci M ,
2. susceptibilitu χ_T ,
3. tepelnou kapacitu c_H (resp. její příspěvek od uvažovaných magnetických stupňů volnosti – viz poznámka).

Vykreslete teplotní závislost magnetizace, susceptibility a tepelné kapacity pro zvolenou hodnotu H v rozumném teplotním rozsahu a diskutujte limity $T = 0$ a $k_B T \gg J$.

Poznámka: Uvědomte si, že další stupně volnosti nejsou v tomto efektivním popisu zahrnuty a tedy požadavek na antisymetrizaci *kompletní* vlnové funkce neklade na spinovou část vlnové funkce žádné omezení.

Nápověda: Heisenbergův hamiltonián lze samozřejmě diagonalizovat „hrubou silou“, je ale také možné ho přepsat pomocí operátorů, jejichž spektra jsou dobře známá.

¹Příkladem je krystal $(\text{VO})_2\text{P}_2\text{O}_7$, kde dva ionty vanadu v rámci jedné molekuly navzájem interagují přes výměnnou interakci, ale magnetická interakce mezi molekulami je zanedbatelná.