

Matematické programy a jejich použití

Taylorův polynom

Zadání příkladu

Vypočítejte Taylorův polynom stupně 5 v bodě 0 z funkce $\text{tg}(x)$.

Postup řešení příkladu

1) Výhodou matematických programů je, že si můžeme Taylorův polynom libovolného stupně můžeme nechat rovnou vypsát pomocí funkce Series. Následně si můžeme graficky ověřit jak se Taylorův polynom daného stupně shoduje s danou funkcí.

2) Můžeme také postupovat klasicky podle vztahu pro Taylorův polynom n -tého stupně v bodě 0: $\sum_{i=0}^n \frac{f^{(i)}(0)}{i!} x^i$.

Nejprve si určíme i -té derivace funkce $\text{tg}(x)$, následně hodnoty derivací v bodě 0 a poté tyto derivace vydělíme příslušným i -tým faktoriálem. Tím dostaneme koeficienty u x^i mocniny. Samotný Taylorův polynom dostane skalárním součinem vektoru koeficientů s vektorem mocnin $(1, x, x^2, x^3, x^4, x^5)$.

Řešení příkladu

- Nastavení stupně Taylorova polynomu funkce $\text{tg}(x)$

```
In[1]:= n = 5;
```

- Zavolání balíčku pro vypisování legendy u grafů

```
In[2]:= Needs["PlotLegends`"];
```

- ad 1)

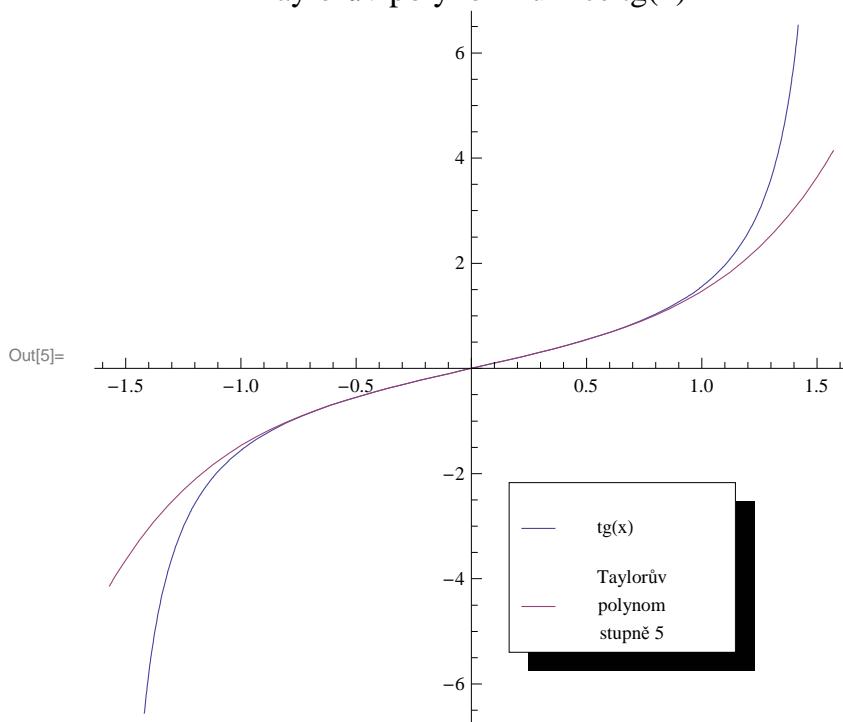
- Taylorův rozvoj stupně 5 v bodě 0 z funkce $\text{tg}(x)$

```
In[3]:= rozvoj = Series[Tan[x], {x, 0, n}]
```

```
Out[3]= x +  $\frac{x^3}{3}$  +  $\frac{2x^5}{15}$  +  $O[x]^6$ 
```

- Grafické ověření shody funkce $\text{tg}(x)$ s Taylorovým polynomem stupně 5 (funkce Normal vyrábí z Taylorova rozvoje Taylorův polynom)

```
In[4]:= rozvoj1 = Normal[rozvoj];
Plot[{Tan[x], rozvoj1}, {x, -Pi/2, Pi/2}, AspectRatio -> Full,
  PlotLabel -> "Taylorův polynom funkce tg(x)",
  PlotLegend -> {"tg(x)", "Taylorův
polynom
stupně 5"},
  LegendPosition -> {0.1, -0.8}, LegendSize -> 0.6]
```

Taylorův polynom funkce $\text{tg}(x)$ 

ad 2)■ **Tabulka derivací funkce tg(x)**

```
In[6]:= Table[FullSimplify[D[Tan[x], {x, i}]], {i, 0, n}]
```

```
Out[6]= {Tan[x], Sec[x]^2, 2 Sec[x]^2 Tan[x], -2 (-2 + Cos[2 x]) Sec[x]^4,
-4 (-5 + Cos[2 x]) Sec[x]^4 Tan[x], 2 (33 - 26 Cos[2 x] + Cos[4 x]) Sec[x]^6}
```

■ **Tabulka hodnot derivací funkce tg(x) v bodě 0**

```
In[7]:= Table[FullSimplify[D[Tan[x], {x, i}]], {i, 0, n}] /. x -> 0
```

```
Out[7]= {0, 1, 0, 2, 0, 16}
```

■ **Tabulka koeficientů Taylorova polynomu stupně 5 funkce tg(x) v bodě 0**

```
In[8]:= koeficienty = Table[FullSimplify[ $\frac{D[Tan[x], \{x, i\}]}{i!}$ ], {i, 0, n}] /. x -> 0
```

```
Out[8]= {0, 1, 0,  $\frac{1}{3}$ , 0,  $\frac{2}{15}$ }
```

■ **Taylorův polynom stupně 5 funkce tg(x) v bodě 0**

```
In[9]:= mocniny = Table[x^i, {i, 0, n}]
rozvoj2 = koeficienty.mocniny
```

```
Out[9]= {1, x, x^2, x^3, x^4, x^5}
```

```
Out[10]= x +  $\frac{x^3}{3}$  +  $\frac{2 x^5}{15}$ 
```

■ Grafické ověření shody funkce $\text{tg}(x)$ s Taylorovým polynomem stupně 5

```
In[11]:= Plot[{Tan[x], rozvoj2}, {x, -Pi / 2, Pi / 2}, AspectRatio -> Full,
  PlotLabel -> "Taylorův polynom funkce tg(x)",
  PlotLegend -> {"tg(x)", "Taylorův
polynom
stupně 5"},
  LegendPosition -> {0.1, -0.8}, LegendSize -> 0.6]
```

