

# Matematické programy a jejich použití

## Taylorův polynom

### 1 Zadání příkladu

Vypočítejte Taylorův polynom stupně 5 v bodě 0 z funkce  $\text{tg}(x)$ .

### 2 Postup řešení příkladu

- 1) Výhodou matematických programů je, že si můžeme Taylorův polynom libovolného stupně můžeme nechat rovnou vypsát pomocí funkce `taylor`. Následně si můžeme graficky ověřit jak se Taylorův polynom daného stupně shoduje s danou funkcí.
- 2) Můžeme taktéž postupovat klasicky podle vztahu pro Taylorův polynom  $n$ -tého stupně v bodě 0. Nejprve si určíme  $i$ -té derivace funkce  $\text{tg}(x)$ , následně hodnoty derivací v bodě 0 a poté tyto derivace vydělíme příslušným  $i$ -tým faktoriálem. Tím dostaneme koeficienty u  $x^i$  mocniny. Samotný Taylorův polynom dostane skalárním součinem vektoru koeficientů s vektorem mocnin  $(1, x, x^2, x^3, x^4, x^5)$ .

### 3 Řešení příkladu

Nastavení stupně Taylorova polynomu funkce  $\text{tg}(x)$

```
(%i130) n:5$
```

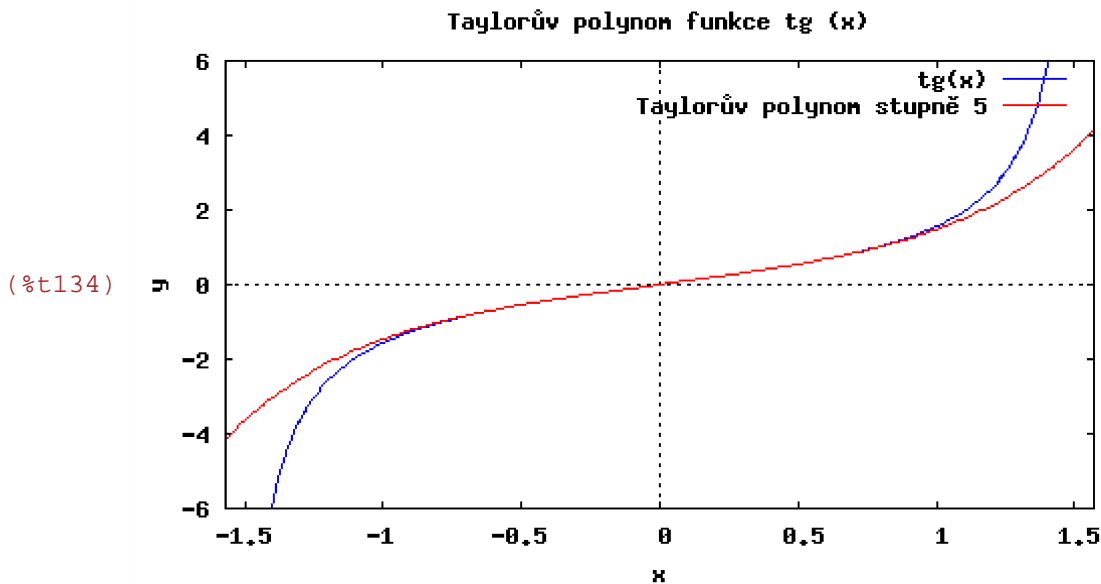
#### 3.1 ad 1)

Taylorův rozvoj stupně 5 v bodě 0 z funkce  $\text{tg}(x)$

```
(%i131) taylor(tan(x),x,0,n);
          rozvoj(x):=taylor(tan(x),x,0,n)$
(%o131)  $x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots$ 
```

Grafické ověření shody funkce  $\text{tg}(x)$  s Taylorovým polynomem stupně 5

```
(%i133) load(draw)$
wxdraw2d(
key="tg(x)",color=blue,explicit(tan(x),x,-%pi/2,%pi/2),
key="Taylorův polynom stupně 5",color=red,
explicit(rozvoj(x),x,-%pi/2,%pi/2),
xaxis=true,yaxis=true,xlabel="x",ylabel="y",
xrange=[-%pi/2,%pi/2], yrange=[-6,6],
title= "Taylorův polynom funkce tg (x)")$
```



### 3.2 ad 2)

Tabulka derivací funkce tg(x)

```
(%i135) derivace:trigsimp(makelist(diff(tan(x),x,i),i,0,n));
```

```
(%o135) [  $\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ ,  $\frac{1}{\cos(x)^2}$ ,  $\frac{2 \sin(x)}{\cos(x)^3}$ ,  $\frac{4 \sin(x)^2 + 2}{\cos(x)^4}$ ,  $\frac{8 \sin(x)^3 + 16 \sin(x)}{\cos(x)^5}$ ,  $\frac{16 \sin(x)^4 + 88 \sin(x)^2 + 16}{\cos(x)^6}$  ]
```

Tabulka hodnot derivací funkce tg(x) v bodě 0

```
(%i136) subst(0,x,makelist(diff(tan(x),x,i),i,0,n));
```

```
(%o136) [ 0, 1, 0, 2, 0, 16 ]
```

Tabulka koeficientů Taylorova polynomu stupně 5 funkce tg(x) v bodě 0

```
(%i137) koeficienty:subst(0,x,makelist(diff(tan(x)/i!,x,i),i,0,n));
```

```
(%o137) [ 0, 1, 0,  $\frac{1}{3}$ , 0,  $\frac{2}{15}$  ]
```

Taylorův polynom stupně 5 funkce tg(x) v bodě 0

```
(%i138) mocniny:makelist(x^i,i,0,n);
        rozvoj2(x):=''(koeficienty.mocniny);
```

```
(%o138) [1, x, x^2, x^3, x^4, x^5]
```

```
(%o139) rozvoj2(x):=
$$-\frac{2x^5}{15} + \frac{x^3}{3} + x$$

```

Grafické ověření shody funkce  $\text{tg}(x)$  s Taylorovým polynomem stupně 5

```
(%i140) wxdraw2d(
  key="tg(x)",color=blue,explicit(tan(x),x,-%pi/2,%pi/2),
  key="Taylorův polynom stupně 5",color=red,
  explicit(rozvoj2(x),x,-%pi/2,%pi/2),
  xaxis=true,yaxis=true,xlabel="x",ylabel="y",
  xrange=[-%pi/2,%pi/2], yrange=[-6,6],
  title="Taylorův polynom funkce tg (x)")$
```

```
(%t140)
```

