

▼ Matematické programy a jejich použití

▼ Délka křivky

▼ *Zadání příkladu*

Spočítejte délku křivky $p(t) = [t \cdot \sin(t), 1 - \cos(t), 4 \cos(t/2)]$, $t \in (0, 2\pi)$.

▼ *Postup řešení příkladu*

1) Nejprve si definujeme křivku $p(t)$ jako funkci parametru t . Následně určíme první

derivaci podle času. Samotnou délku křivky určíme jako $\int_0^{2\pi} \sqrt{p'(t) \cdot p'(t)} \, dx$.

2) Další metodou jak určit délku křivky je možnost si přímo definovat funkci délka, která nám určí délku křivky pro zadané parametry.

3) Nejednodušším způsobem je přímo zavolat funkci `ArcLength` v rámci balíčku `VectorCalculus`.

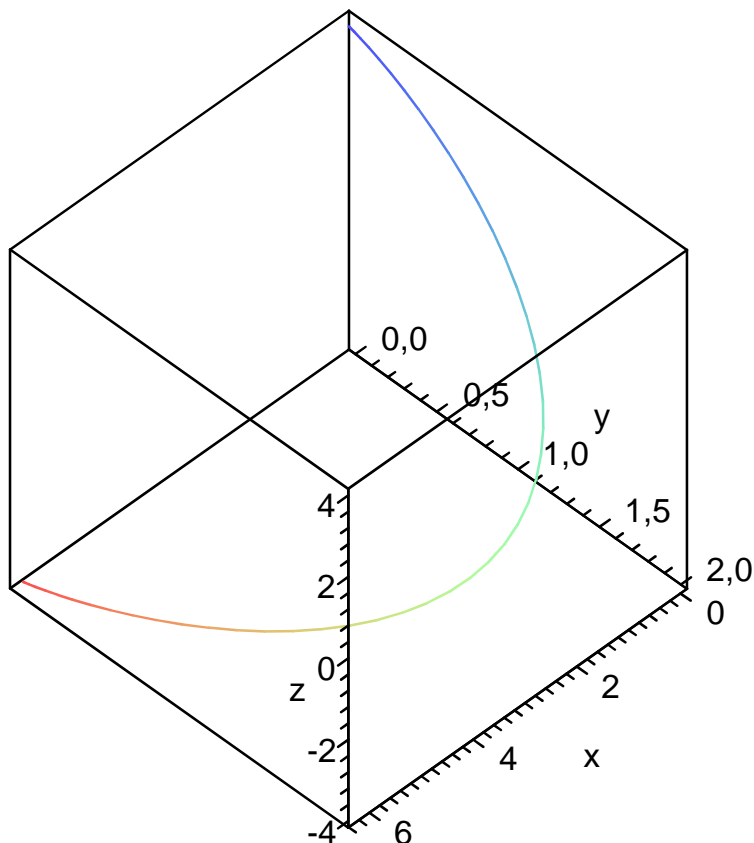
4) Další variantou je použít křivkový integrál na výpočet délky křivky - funkce `PathInt` balíčku `VectorCalculus`.

Řešení příkladu

```
[> restart;
> with(LinearAlgebra) :
```

▼ **Parametrický graf křivky**

```
[> with(plots) :
> spacecurve([t - sin(t), 1 - cos(t), 4 cos(t/2)], t = 0 .. 2 * pi, axes = boxed, labels
= [x, y, z], title = "Parametrický graf křivky p(t)", titlefont = [times,
roman, 18]);
```

Parametrický graf křivky p(t)▼ **ad 1)**▼ **Definování křivky**

```
[> p := t -> [t - sin(t), 1 - cos(t), 4 cos(t/2)];
p := t -> [t - sin(t), 1 - cos(t), 4 cos(1/2 t)] (1.1.3.2.1.1)
```

▼ **První derivace podle času**

```
[> d/dt p(t);
[1 - cos(t), sin(t), -2 sin(1/2 t)] (1.1.3.2.2.1)
```

Určení výrazu $p'(t) \cdot p'(t)$

```
> simplify( DotProduct( Vector( d/dt p(t) ), Vector( d/dt p(t) ) ) )
      assuming t :: real;
                        8 sin( 1/2 t )^2
(1.1.3.2.3.1)
```

▼ Délka křivky

```
> int_0^2pi sqrt( DotProduct( Vector( d/dt p(t) ), Vector( d/dt p(t) ) ) ) dt;
      evalf( % ) : evalf( %, 3 );
                        8 sqrt(2)
                        11.3
(1.1.3.2.4.1)
```

▼ ad 2)

▼ Definování funkce pro délku křivky

```
> delka := ( p, a, b ) ->
      int_a^b sqrt( DotProduct( Vector( d/dt p ), Vector( d/dt p ) ) ) dt :
      delka( p(t), 0, 2*pi );
                        8 sqrt(2)
(1.1.3.3.1.1)
```

▼ ad 3)

▼ Délka křivky pomocí funkce ArcLength

```
> with( VectorCalculus ) :
      ArcLength( Vector( p(t) ), t = 0 .. 2*pi );
                        8 sqrt(2)
(1.1.3.4.1.1)
```

▼ ad 4)

▼ Délka křivky pomocí křivkového integrálu

```
> PathInt( 1, [x, y, z] = Path( Vector( p(t) ), t = 0 .. 2*pi ) );
                        8 sqrt(2)
(1.1.3.5.1.1)
```