

Matematické programy a jejich použití

Délka křivky

Zadání příkladu

Spočítejte délku křivky $p(t) = [t \cdot \sin(t), 1 - \cos(t), 4 \cos(t/2)]$, t je z intervalu $(0, 2\pi)$.

Postup řešení příkladu

1. Nejprve si definujeme křivku $p(t)$ jako funkci parametru t . Následně určíme první derivaci

podle času. Samotnou délku křivky určíme jako $\int_0^{2\pi} \sqrt{p'(t) \cdot p'(t)} dt$.

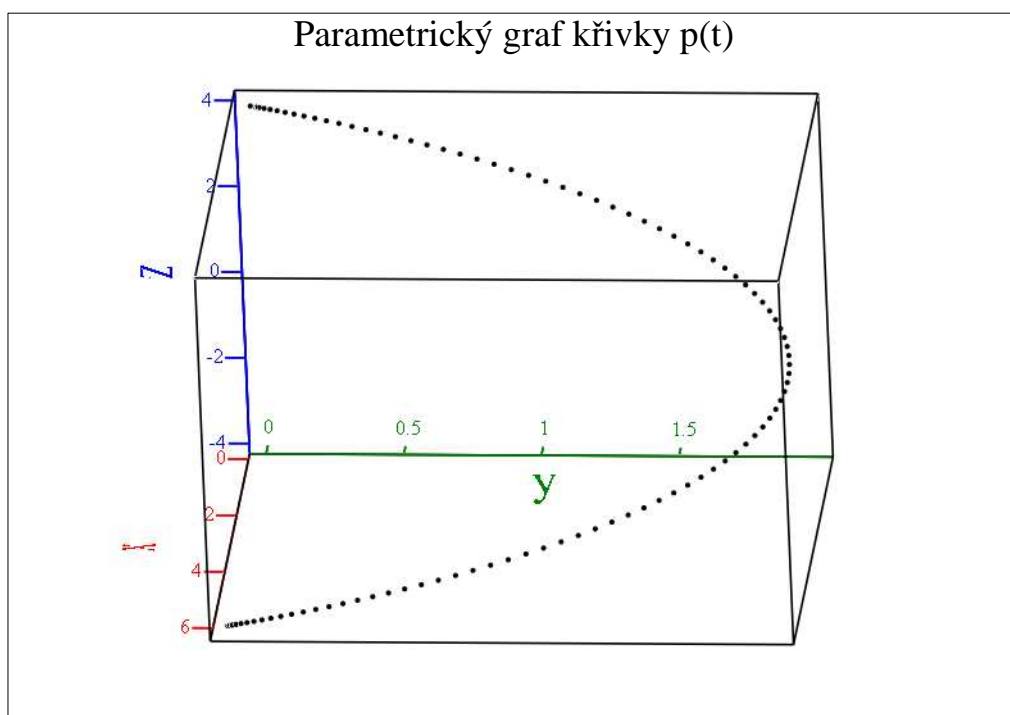
2. Další metodou jak určit délku křivky je možnost si přímo definovat funkci délka, která nám určí délku křivky pro zadané parametry.

Řešení příkladu

Parametrický graf křivky

$$\text{krivka}(t) := \begin{pmatrix} t - \sin(t) \\ 1 - \cos(t) \\ 4 \cdot \cos\left(\frac{t}{2}\right) \end{pmatrix}$$

`krivka2 := CreateSpace(krivka, 0, 2π, 100)`



`krivka2`

ad 1)

Definování křivky

$$p(t) := \begin{pmatrix} t - \sin(t) & 1 - \cos(t) & 4 \cdot \cos\left(\frac{t}{2}\right) \end{pmatrix}$$

První derivace podle času

$$\frac{d}{dt}p(t) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 - \cos(t) & \sin(t) & -2 \cdot \sin\left(\frac{t}{2}\right) \end{pmatrix}$$

Určení výrazu $p'(t) \cdot p'(t)$

$$\frac{d}{dt}p(t) \left(\frac{d}{dt}p(t) \right)^T \text{ simplify } \rightarrow 4 - 4 \cdot \cos(t)$$

Délka křivky

$$d := \int_0^{2\pi} \sqrt{\left(\frac{d}{dt}p(t) \right) \left(\frac{d}{dt}p(t) \right)^T} dt \text{ simplify } \rightarrow 8 \cdot \sqrt{2}$$

$$d = 11.3$$

ad 2)**Definování funkce pro délku křivky**

$$\text{delka}(p, a, b) := \int_a^b \sqrt{\left(\frac{d}{dt}p(t) \right) \left(\frac{d}{dt}p(t) \right)^T} dt$$

Délka křivky

$$\text{delka}(p, 0, 2\pi) \text{ simplify } \rightarrow 8 \cdot \sqrt{2}$$