

# Matematické programy a jejich použití

## Délka křivky

### Zadání příkladu

Spočítejte délku křivky  $p(t) = [t \cdot \sin(t), 1 - \cos(t), 4 \cos(t/2)]$ ,  $t \in (0, 2\pi)$ .

### Postup řešení příkladu

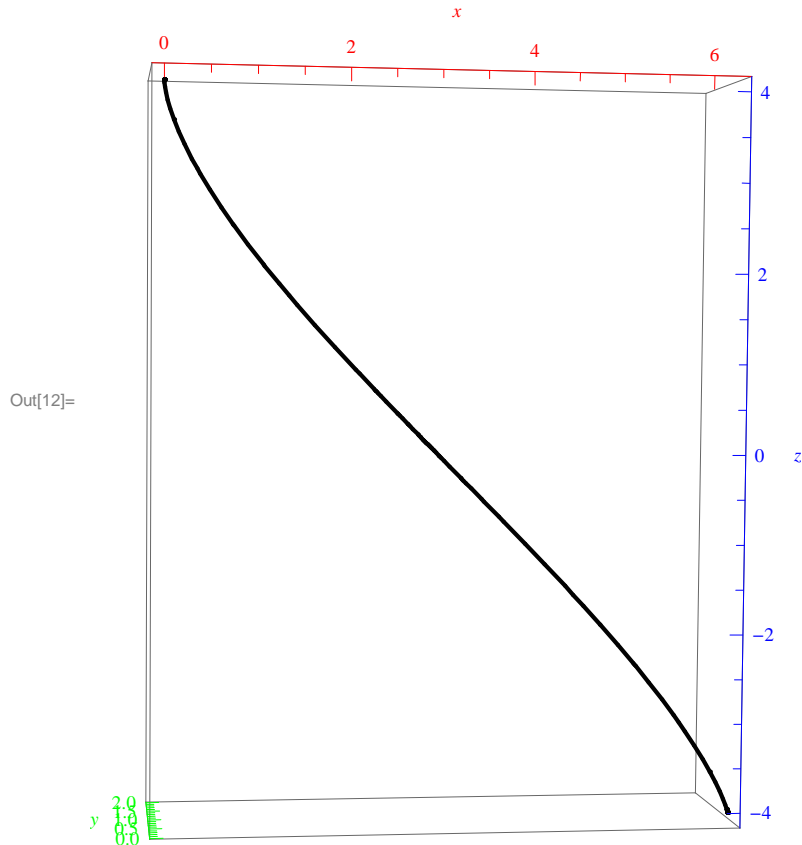
- 1) Nejprve si definujeme křivku  $p(t)$  jako funkci parametru  $t$ . Následně určíme první derivaci podle času. Poté určíme  $p'(t) \cdot p'(t)$ . Nakonec samotnou délku křivky určíme jako  $\int_0^{2\pi} \sqrt{p'(t) \cdot p'(t)} \, dt$ .
- 2) Další metodou jak určit délku křivky je možnost si přímo definovat funkci delka, která nám určí délku křivky pro zadané parametry.
- 3) Další metodou jak určit délku křivky je využít funkci ArcLengthFactor balíčku VectorAnalysis, která pro zadanou křivku  $p(t)$  určí  $\sqrt{p'(t) \cdot p'(t)}$ . Následnou integrací dostaneme délku křivky.

## Řešení příkladu

## ■ Parametrický graf křivky

```
In[12]:= ParametricPlot3D[{t - Sin[t], 1 - Cos[t], 4 Cos[t/2]}, {t, 0, 2 π},
  AxesLabel -> {x, y, z}, PlotStyle -> Thick, AxesStyle -> {Red, Green, Blue},
  PlotLabel -> Style["Parametrický graf křivky p(t)", 18]]
```

Parametrický graf křivky p(t)



## ■ ad 1)

## ■ Definování křivky

```
In[13]:= p[t_] := {t - Sin[t], 1 - Cos[t], 4 Cos[t/2]}
```

## ■ První derivace podle času

```
In[14]:= D[p[t], t]
```

```
Out[14]= {1 - Cos[t], Sin[t], -2 Sin[t/2]}
```

### ■ Určení výrazu $p'(t) \cdot p'(t)$

In[15]:= `FullSimplify[D[p[t], t].D[p[t], t]]`

Out[15]=  $4 - 4 \cos[t]$

### ■ Délka křivky

In[16]:= 
$$\int_0^{2\pi} \sqrt{D[p[t], t] \cdot D[p[t], t]} \, dt$$
  
`N[%, 3]`

Out[16]=  $8\sqrt{2}$

Out[17]= 11.3

### ■ ad 2)

#### ■ Definování funkce pro délku křivky

In[18]:= `delka[p_, a_, b_] := Integrate[Sqrt[D[p, t].D[p, t]], {t, a, b}]`

#### ■ Délka křivky

In[19]:= `delka[p[t], 0, 2 Pi]`

Out[19]=  $8\sqrt{2}$

### ■ ad 3)

#### ■ Funkce ArcLengthFactor

In[20]:= `Needs["VectorAnalysis`"];`

ArcLengthFactor::shdw : Symbol ArcLengthFactor appears in multiple contexts {VectorAnalysis`, Global`}; definitions in context VectorAnalysis` may shadow or be shadowed by other definitions. >>

In[21]:= `ArcLengthFactor[p[t], t]`

Out[21]= 
$$\sqrt{(1 - \cos[t])^2 + 4 \sin\left[\frac{t}{2}\right]^2 + \sin[t]^2}$$

#### ■ Délka křivky

In[22]:= 
$$\int_0^{2\pi} \text{ArcLengthFactor}[p[t], t] \, dt$$

Out[22]=  $8\sqrt{2}$