Matematické programy a jejich použití Délka křivky

1 Zadání příkladu

Spočítejte délku křivky p(t) = [t-sin(t),1-cos(t),4cos(t/2)],
t je z intervalu(0,2*Pi).

2 Postup řešení příkladu

Důležité upozornění: Příkaz integrate na počítání integrálů
spočte v této verzi (5.20.1) zadanou primitivní funkci
pro výpočet délky křivky chybně.
Příslušná primitivní funkce je dána na intervalu (0,2*Pi)
předpisem f(t)=-2^(5/2)*cos(t/2) (liší se znaménkem).
V novější verzi už by chyba měla být opravena.

1) Nejprve si definujeme křivku p(t) jako funkci parametru t.
Následně určíme první derivaci podle času. Poté určíme p'(t).p'(t).
Nakonec samotnou délku křivky určíme jako určitý integrál z funkce
Sqrt(p'(t).p'(t)) proměnné t od 0 do 2*Pi.

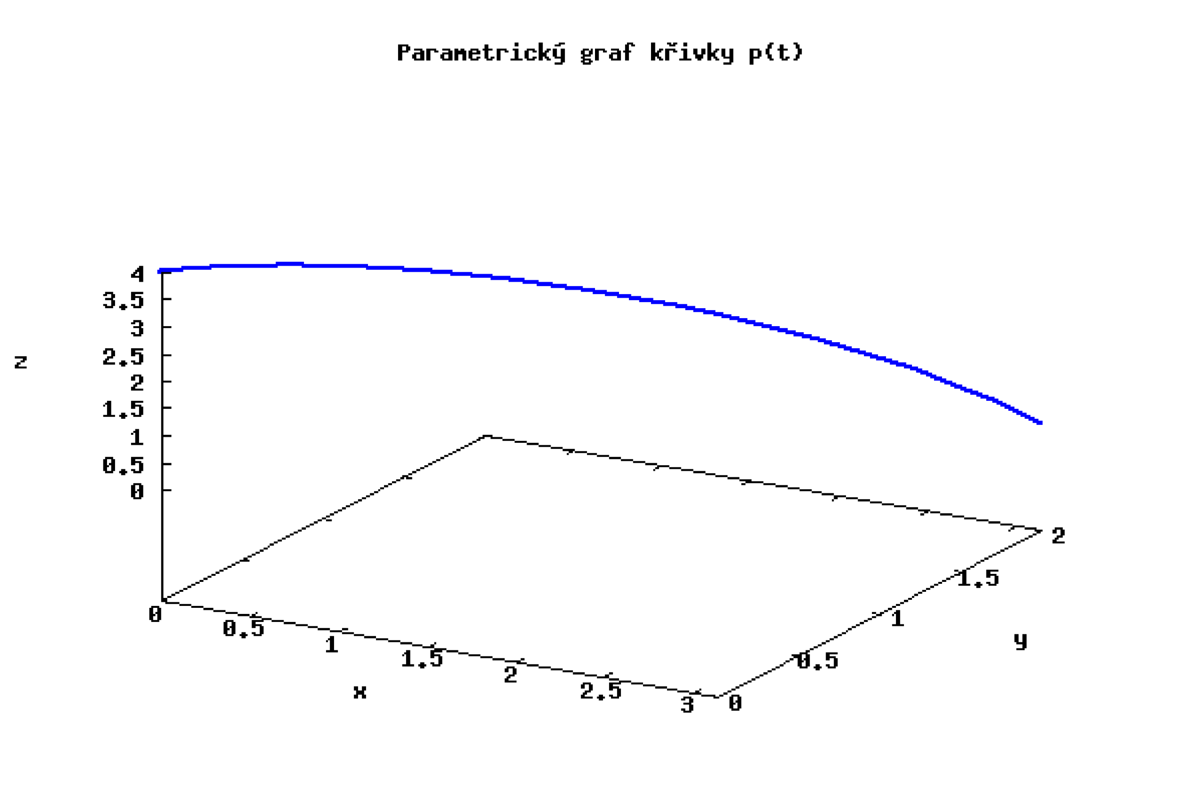
2) Další metodou jak určit délku křivky je možnost si přímo
definovat funkci delka, která nám určí délku křivky pro zadané
parametry.

3 Řešení příkladu

Parametrický graf křivky

```
(%i74) load(draw)$
       wxdraw3d(pic_width=600,pic_height=400,color=blue,line_width=2,
           parametric(t-sin(t),1-cos(t),4*cos(t/2),t,0,%pi),
           title="Parametrický graf křivky p(t)",
           xlabel="x",ylabel="y",zlabel="z")$
```

(%t75)



3.1 ad 1)

Definování křivky

(%i38) p(t):=[t-sin(t),1-cos(t),4*cos(t/2)];

(%o38) $p(t):=[t-\sin(t),1-\cos(t),4\cos\left(\frac{t}{2}\right)]$

První derivace podle času

(%i39) diff(p(t),t);

(%o39) $[1-\cos(t),\sin(t),-2\sin\left(\frac{t}{2}\right)]$

Určení výrazu p'(t).p'(t)

(%i40) trigsimp(diff(p(t),t).diff(p(t),t));

(%o40) $-2\cos(t)+4\sin\left(\frac{t}{2}\right)^2+2$

Délka křivky

```
(%i41) integrate(sqrt(diff(p(t),t).diff(p(t),t)),t,0,2*%pi);
       fpprintprec:3$
       %th(2),numer;
```

(%o41) $-2^{7/2}$

(%o43) -11.3

3.2 ad 2)

Definovaní funkce pro délku křivky

```
(%i44) delka(p,a,b):=integrate(sqrt(diff(p(t),t).diff(p(t),t)),t,a,b);
```

(%o44) $\mathrm{delka}(p,a,b):=\int_a^b \sqrt{\mathrm{diff}(\mathrm{p}(t),t)\;.\;\mathrm{diff}(\mathrm{p}(t),t)}\,dt$

Délka křivky

```
(%i45) delka(p,0,2*%pi);
```

(%o45) $-2^{7/2}$