

Nalezněte za použití Gaussovy věty elektrickou intenzitu a potenciál pro válec o poloměru  $a$  vyplněný konstantní objemovou nábojovou hustotou  $\rho$ . Okolo válce je ještě pološný náboj stejné velikosti a opačného znaménka rozmístěný na válcové ploše o poloměru  $b$ .

Budeme předpokládat, že vnitřní homogenně nabitý válec má poloměr  $a$  a vnější válec má poloměr  $b$   
Proto  $a < b$

In[1]:= \$Assumptions = 0 < a < b

Out[1]= 0 < a < b

Použijeme Gaussovu větu, tedy musíme spočítat náboj uvnitř válce o poloměru  $R$   
Zřejmě bude nutné uvažovat tři oblasti. Do jednoho vzorce je spojíme takto:

In[23]:= Q1 = (rho Pi Min[R^2, a^2]) HeavisideTheta [b - R]

A1 = (2 Pi R)

E\_R = Q1 / (A1 epsilon)

Out[23]= pi rho HeavisideTheta [b - R] Min[a^2, R^2]

Out[24]= 2 pi R

Out[25]= 
$$\frac{\rho \text{HeavisideTheta}[b - R] \text{Min}[a^2, R^2]}{2 R \epsilon}$$

Víme, že  $\mathbf{E} = -\nabla\Phi$ , tedy  $\Phi = -\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$

In[26]:= Phi = Integrate[-E\_R, {R, 0, R}, Assumptions -> 0 < a < b]

Out[26]= 
$$-\frac{1}{2\epsilon}\rho\left(\frac{1}{2}a^2(-1+\text{HeavisideTheta}[b-R])\times\left(-1+2\text{Log}\left[\frac{a}{b}\right]\right)+\right.$$

$$\left.\text{HeavisideTheta}[b-R]\left(\left\{\begin{array}{ll} \frac{R^2}{2} & a \geq R \\ \frac{1}{2}a^2(1-2\text{Log}[a]+2\text{Log}[R]) & \text{True} \end{array}\right\}\right)\right)$$
 if Re[R] > 0 && R == Re[R]

Následuje zjednodušení do čitelnější podoby a obrázek

In[27]:= Phi /. HeavisideTheta [x\_] -> Piecewise [{{1, x > 0}}];

Phi = Simplify[%, Assumptions -> R > 0]

Out[28]= 
$$\left\{ \begin{array}{ll} -\frac{R^2 \rho}{4 \epsilon} & b > R \ \&\& \ a \geq R \\ \frac{a^2 \rho (-1+2 \text{Log}[a]-2 \text{Log}[R])}{4 \epsilon} & b > R \\ \frac{a^2 \rho (-1+2 \text{Log}[\frac{a}{b}])}{4 \epsilon} & \text{True} \end{array} \right.$$

```
In[29]:=  $\Phi /. \{\{a \rightarrow 1, b \rightarrow 3\}, \{a \rightarrow 2, b \rightarrow 3\}\} /. \{\epsilon \rightarrow 1, \rho \rightarrow 1\};$   
Plot[%, {R, 0, 4}, PlotTheme -> "Detailed", PlotLegends -> None]
```

