

Zadání příkladů pro cvičení z předmětu Programování pro fyziky

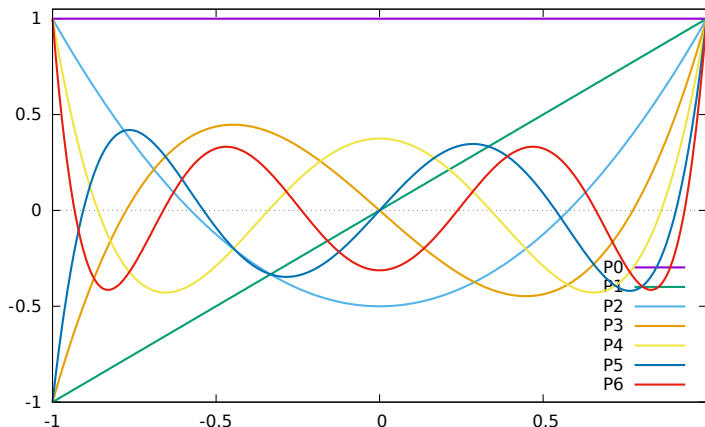
Úloha č. 3 — 9. listopadu 2014

Na cvičení jsme se seznámili s hledáním kořenů bisekcí a metodou tečen. To si teď procvičíme nalezením všech kořenů $x_{n,1}, x_{n,2}, \dots, x_{n,n}$ Legendrova polynomu $P_n(x)$ (viz obrázek vpravo a bod 1. níže).

Napište program, který spočte hodnotu výrazu

$$Q_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{1 - x_{n,k}^2} \quad (1)$$

pro $n = 36$ vypočítanou s použitím obou metod hledání kořenů $x_{n,k}$. Postupujte následovně:



1. Z webové adresy <http://utf.mff.cuni.cz/~ledvinka/?229760> (bod *LegendreP.dpr*) resp. <http://utf.mff.cuni.cz/~ledvinka/?229888> (bod *Legendre.cpp*) získejte kód funkce $P(n, x)$.

2. Napište funkce $\alpha(n, k)$ a $\beta(n, k)$

$$\alpha_{n,k} = \cos\left(\frac{n-k+1}{n+1}\pi\right), \quad \beta_{n,k} = \cos\left(\frac{n-k+\frac{3}{4}}{n+\frac{1}{2}}\pi\right). \quad (2)$$

3. Napište funkci $\text{KorenPBisekci}(n, k)$, která spočte metodou půlení intervalu k -tý kořen polynomu $P_n(x)$. Jako počáteční interval zvolte $\langle \alpha_{n,k}, \beta_{n,k} \rangle$, protože pro hledný k -tý kořen $x_{n,k}$ platí

$$\alpha_{n,k} \leq x_{n,k} \leq \beta_{n,k}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

4. Napište funkci $\text{KorenPNewton}(n, k)$, která spočte metodou tečen k -tý kořen polynomu $P_n(x)$. Jako počáteční odhad polohy kořene zvolte $\beta_{n,k}$. Hodnotu derivace určete s použitím vztahu

$$P'_n(x) = -\frac{n}{1-x^2} [xP_n(x) - P_{n-1}(x)]. \quad (4)$$

(Varování: tento vztah je dostačující pro Newtonovu metodu, obecně ale kvůli zaokrouhlovacím chybám není pro přesný výpočet P'_n vhodný.)

5. Spočtete podle vzorce (1) hodnotu Q_{36}^B a Q_{36}^N s použitím bisekce resp. Newtonovy metody. Vypište obě hodnoty a jejich rozdíl.

Zdrojový kód vašeho programu pošlete jako přílohu na email ledvinka@gmail.com, předmět "NOFY056 Uloha 3". Před odesláním řešení si ověřte, že váš kód dává

$$\alpha_{6,4} \doteq 0.222521, \alpha_{6,5} \doteq 0.62349, \alpha_{6,6} \doteq 0.900969, \beta_{6,4} \doteq 0.239316, \beta_{6,5} \doteq 0.663123, \beta_{6,6} \doteq 0.935016, \\ x_{6,4} \doteq 0.238619, x_{6,5} \doteq 0.661209, x_{6,6} \doteq 0.93247.$$