

Úloha pro cvičení z předmětu Programování pro fyziky

Úloha č. 2 — 30. října 2019

Napište program, který dokáže spočít, jak se prověsí lana délky $L = 4, 5$ a 6m zavěšená mezi dva stejně vysoko položené body vzdálené $d = 3\text{m}$ (viz. Obr. 1).

Teorie:

Zavedeme-li souřadnice tak, že počátek je v nejnižším bodě lana, pak rovnovážná poloha lana je popsána grafem funkce

$$y(x) = a \left[\cosh\left(\frac{x}{a}\right) - 1 \right].$$

Překvapivě snadno lze integrovat výraz $\int \sqrt{1 + (y')^2} dx$ (zkuste si to) a získat délku symetrického úseku řetězovky (na obrázku 1)

$$l(d, a) = 2a \sinh\left(\frac{d}{2a}\right).$$

Potíž je v tom, že neznáme hodnotu a odpovídající dané délce L .

Postup:

1. Napište si funkci `sinh(x)` i když ji lze nalézt v příslušné knihovně. Platí, že $\sinh s = (e^s - e^{-s})/2$.
2. Napište funkci `Delka(d, a)`, která užívá výše uvedený vzorec pro délku $l(d, a)$ řetězovky.
3. Napište funkci `ParametrA(d, L)`, která metodou půlení intervalu určí hodnotu parametru a na osm desetinných míst tak, aby tato hodnota a řešila rovnici

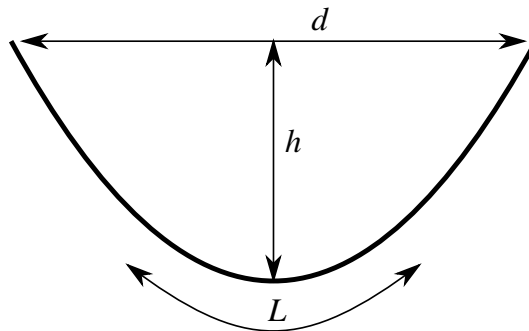
$$L - l(d, a) = 0.$$

Při půlení intervalu můžete začít s intervalem $a \in \langle a_1, a_2 \rangle$, kde $a_1 = d/\sqrt{24(L/d - 1)}$ a $a_2 = d/(2 \ln(L/d))$.

4. Napište funkci `PruvesLana(d, L)`, která zavolá funkci `ParametrA(d, L)` a následně jeho hodnotu použije v rovnici řetězovky a spočte tak výšku $h = y(d/2) - y(0)$ o jakou se lano prověsí.
5. V hlavním programu pro tři hodnory délky lana $L_1 = 4, L_2 = 5$, a $L_3 = 6\text{m}$, při společné hodnotě $d = 3\text{m}$ vypište hodnoty
`d, L1, ParametrA(d, L1), Delka(d, a1) a PruvesLana(d, L1),`
`d, L2, ParametrA(d, L2), Delka(d, a2) a PruvesLana(d, L2),`
`d, L3, ParametrA(d, L3), Delka(d, a3) a PruvesLana(d, L3).`

Váš program (v Pascalu, C) a jeho textový výstup (v podobě tří řádků čísel) mi pošlete do 15. listopadu jako přílohu na email ledvinka@gmail.com. Soubory přiložte nekomprimované.

Pozn. Úloha má procvičit zejména rozdělení programu na jednodušší funkce, proto jich je v zadání tolik.



Obr. 1: Řetězovka.