

Zadání příkladů pro cvičení z předmětu Programování pro fyziky

Úloha č. 5 — 27. prosince 2019

Uvažujte trojhvězdu složenou ze tří hvězd s hmotností Slunce ($M_1 = M_2 = M_3 = 1M_\odot$), která má v čase $t = 0$ následující polohy a rychlosti všech tří hvězd

$$\begin{array}{llll} x_1 = 1 \text{ AU} & y_1 = 0 & \dot{x}_1 = 0 & \dot{y}_1 = -3.05216379919688 \text{ AU/rok} , \\ x_2 = -0.5 \text{ AU} & y_2 = 0.3193874731184 \text{ AU} & \dot{x}_2 = -7.16722802885 \text{ AU/rok} & \dot{y}_2 = 1.52608189959845 \text{ AU/rok} , \\ x_3 = -0.5 \text{ AU} & y_3 = -0.3193874731184 \text{ AU} & \dot{x}_3 = 7.16722802885 \text{ AU/rok} & \dot{y}_3 = 1.52608189959845 \text{ AU/rok} . \end{array}$$

Napište program, který numericky řeší Newtonovy pohybové rovnice pro gravitační působení hvězd během prvního roku po spuštění hvězdostroje. Není rozumné přepočítávat rozměry a rychlosti do SI. Místo toho pracujte v jednotkách AU, rok a hmotnost slunce M_\odot a použijte gravitační konstantu s hodnotou

$$G = 4\pi^2 \left[\frac{\text{AU}^3}{\text{rok}^2 M_\odot} \right] .$$

Doporučuje se použít jako výchozí bod kód z webových stránek cvičení v Pascalu nebo C řešící problém jednoho tělesa (<http://utf.mff.cuni.cz/~ledvinka>). Po zkušenostech s minulých let zdůrazňuji, že problém představuje jednu soustavu obyčejných diferenciálních rovnic

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{r}_1 \\ \vec{r}_2 \\ \vec{r}_3 \\ \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \\ \vec{v}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{v}_1 \\ \vec{v}_2 \\ \vec{v}_3 \\ GM_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)/|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3 + GM_3(\vec{r}_3 - \vec{r}_1)/|\vec{r}_3 - \vec{r}_1|^3 \\ GM_1(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)/|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3 + GM_3(\vec{r}_3 - \vec{r}_2)/|\vec{r}_3 - \vec{r}_2|^3 \\ GM_1(\vec{r}_1 - \vec{r}_3)/|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|^3 + GM_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_3)/|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3 \end{pmatrix}$$

a pokud používáte cokoli lepšího než Eulerovu metodu, je třeba tuto soustavu řešit jako jeden celek. Jako kontrolu je dobré sledovat, zda se zachovává celková energie systému

$$E = \frac{1}{2}M_1|\vec{v}_1|^2 + \frac{1}{2}M_2|\vec{v}_2|^2 + \frac{1}{2}M_3|\vec{v}_3|^2 - \frac{GM_1M_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} - \frac{GM_1M_3}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|} - \frac{GM_2M_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|}.$$

Program necht' vypíše tabulku hodnot $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, E$ dostatečně hustou, aby bylo možno hladce vykreslit trajektorie hvězd v `gnuplotu` příkazem

```
set style data lines
plot 'data.txt', '' using 3:4, '' using 5:6
```

Samozřejmě, výsledky závisí na použité metodě a volbě časového kroku. Pro finální volbu časového kroku použijte jednoduché kritérium a to, že jeho zmenšením na třetinu se obrázek viditelně nezmění.

Váš program (tedy zdrojový kód v Pascalu, C, atp.) a soubor s obrázkem trajektorie hvězd (který vytvoříte podobně jako v první úloze příkazy `set term pdf; set output "uloha5.pdf"; replot; unset term`) mi pošlete (pokud možno nekomprimované) jako přílohu na email ledvinka@gmail.com