

# Zadání příkladů pro cvičení z předmětu Programování pro fyziky

Úloha č. 9 — 13. prosince 2013

Napište program, který obsahuje funkci `tezisteUsece(vyska,presnost)`, která pro zadanou výšku  $v$  kulové úseče  $0 < v < 2$  spočte metodou Monte Carlo vzdálenost těžiště homogenní kulové úseče od její podstavy a to se zadanou relativní přesností. Podstava má poloměr  $r = \sqrt{1 - (1 - v)^2}$  neboť se předpokládá jednotkový poloměr koule.

Hlavní program by pak měl voláním funkce `tezisteUsece` zjistit a následně srozumitelně vypsat tuto hodnotu pro  $v = 0.25, 0.5, 0.75, 1$  s přesností  $10^{-4}$ .

## Princip metody

Těžiště počítáme podle vztahu

$$\vec{x}_T = \frac{\int \vec{x} \rho \, d^3x}{\int \rho \, d^3x} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{x}_i,$$

kde  $x_i$  jsou náhodné polohy uvnitř uvažovaného objemu.

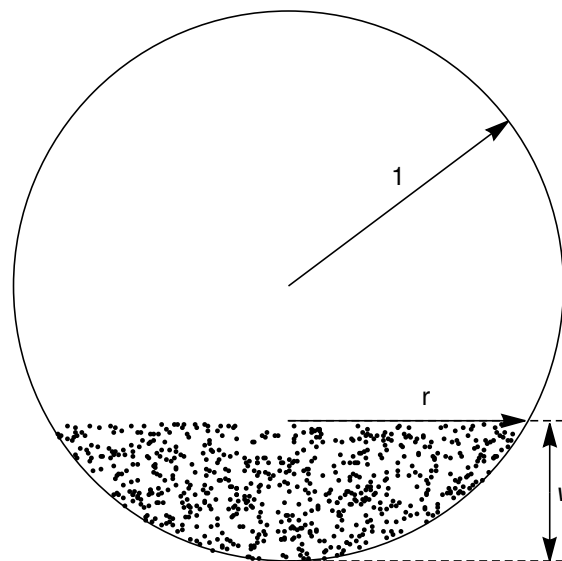
Protože předpokládáme  $\rho = \text{konst.}$ , je třeba náhodně rozložené body generovat tak, že vezmeme  $\vec{x}_i = \{x, y, z\}$ , kde  $x, y, z$  jsou náhodná čísla rovnoměrně pokrývající intervaly  $x, y \in (-r, r)$  a  $z \in (-1, -1+v)$ , ovšem když

$$x^2 + y^2 + z^2 > 1,$$

tedy, když bod neleží uvnitř koule, hodnoty  $x, y, z$  zavrhneme a zkusíme novou trojici. Z hodnoty  $\vec{x}_T$  se pak spočte vzdálenost těžiště homogenní kulové úseče od její podstavy.

Potíž je, že funkce má jako parametr přesnost, nikoli  $N$ . Doporučuje se použít následující metodu:

Funkce `tezisteUsece` nechť tedy spočte pro dané  $N$  několik průměrů  $z_T$  náhodných poloh a pokud všechny padnou do intervalu o šířce  $\epsilon$ , je pravděpodobné, že jejich aritmetický průměr bude mít absolutní chybu menší než  $\epsilon$ . Jistota závisí na tom, kolik průměrů vezmeme. Pro deset, je pravděpodobnost, že průměr bude více jak  $\epsilon$  od správné hodnoty cca  $10^{-6}$ , pro čtyři až  $10^{-2}$ . I to je pro řešení úlohy dostačující. Také lze hodnotu  $N$  odhadnout vzorečkem, ale ten by bylo potřeba nalézt.



Obr. 1. Dvourozměrný náčrt náhodných bodů vyplňujících úseč o výšce  $v$ .