

Klasická elektrodynamika

Úloha č.1 — Dielektrický válec

Spočtete moment síly, kterým působí elektrostatické pole na velmi dlouhý tenký válec poloměru a a délky $L \gg a$. Materiál válce lze popsat izotropní relativní permitivitou ϵ_r .

1. Spočtete $\Delta\Phi$ pro

$$\Phi(R, \phi, z) = AR^n \cos m\phi + Bz,$$

kde R, ϕ, z jsou válcové souřadnice a A, B, m a n jsou konstanty

2. Jaké hodnoty těchto konstant je třeba zvolit, aby

- Φ_a představovalo homogenní pole $\vec{E} = E_z \vec{e}_z$
- Φ_b představovalo homogenní pole $\vec{E} = E_x \vec{e}_x$
- Φ_c představovalo homogenní pole $\vec{E}_0 = E_x \vec{e}_x + E_z \vec{e}_z$
- Φ_d představovalo pro $a < R < \infty$ řešení Laplaceovy rovnice, které splňuje okrajové podmínky $\Phi(R = a, \phi, z) = U \cos \phi$ a $\Phi(R = \infty) = 0$.

3. Ukažte, že vhodným složením těchto polí

$$\Phi(R, \phi, z) = \begin{cases} \Phi_c^i & R < a \\ \Phi_c^e + \Phi_d & R > a \end{cases}$$

lze popsat pole nekonečně dlouhého dielektrického válce vloženého do elektrického pole \vec{E}_0 . Uveďte,

- které konstanty v potenciálu určují, do jakého homogenního pole byl válec vložen.
- co vyplývá ze spojitosti potenciálu na rozhraní pro hodnoty konstant
- čemu musí být rovno $\vec{n} \times [\vec{E}]$ a co z toho plyne pro hodnoty konstant
- čemu musí být rovno $\vec{n} \cdot [\vec{D}]$ a co z toho plyne pro hodnoty konstant

4. Nalezněte vázanou nábojovou hustotu na povrchu válce

5. Spočtete hustotu momentu síly, která působí na vázaný plošný náboj na povrchu válce. Spočtete celkový moment síly za předpokladu, že délka válce L je konečná. (Protože $L \gg a$, můžete uvažovat pole z předchozího řešení a zanedbat nehomogenity pole u podstav válce. Nezapomeňte, že při výpočtu silových působení plošných zdrojů je třeba brát průměr polí na obou stranách rozhraní.)

6. Spočtete u válce délky L též celkový elektrický dipólový moment způsobený polarizací dielektrika a poté i moment síly, jakým na takový elektrický dipól působí vnější homogenní pole \vec{E}_0 .

Řešení odevzdejte na cvičení nebo přednášce do 7. května.

