

Řešení soustav nelineárních rovnic

Připomeňme si, že Newtonova metoda spočívala v nahrazení složité funkce, jejíž kořen hledáme, jejím prvním diferenciálem a následně vyřešením získané lineární rovnice. Tento postup lze použít i u více rovnic. První diferenciál má tvar

$$f_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_j(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \sum_{k=1}^n (x_k - x_k^{(0)}) \frac{\partial f_j}{\partial x_k} \Big|_{(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})}$$

tedy zapsáno vektorově

$$\vec{f}(\vec{x}) = \vec{f}(\vec{x}^{(0)}) + \mathbf{J} \cdot (\vec{x} - \vec{x}^{(0)}),$$

kde \mathbf{J} je jakobián soustavy rovnic v bodě $\vec{x}^{(0)}$. To je samozřejmě lineární soustava rovnic a její řešení lze zapsat

$$\vec{x}^{(k+1)} = \vec{x}^{(k)} - \mathbf{J}^{-1} \cdot \vec{f}(\vec{x}^{(k)}),$$

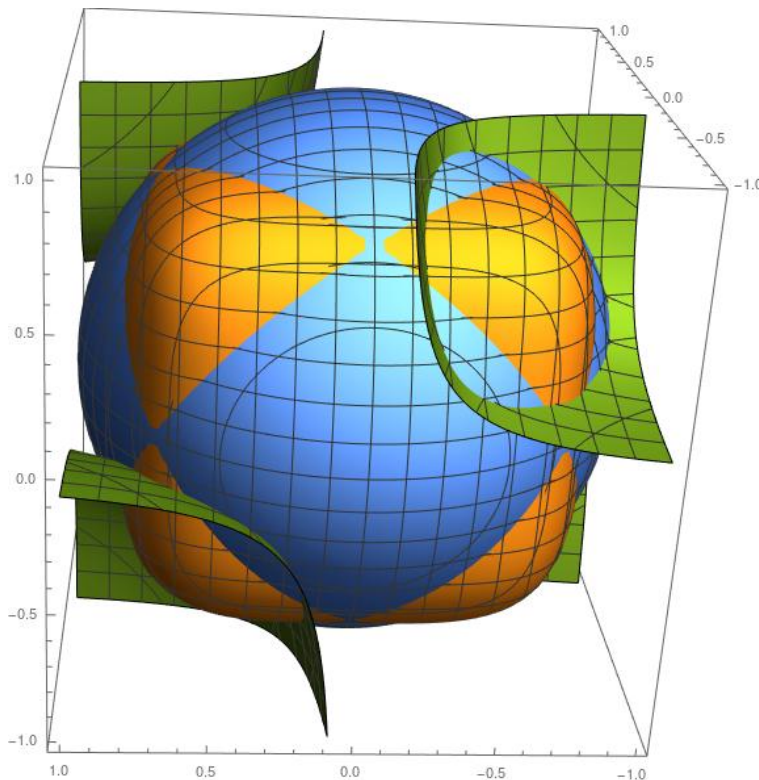
Budeme řešit soustavu nelineárních rovnic. Důvodem je, vyzkoušet si, že problém lze převést na řešení lineární soustavy rovnic.

$$2x^4 + 2y^4 + 2z^4 - 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$$

$$12xyz - 1 = 0$$

Soustava má několik řešení v průsečících třech ploch



```

In [5]: import numpy as np
import math

def maBytNula(x,y,z):
    return [
        2*x**4 + 2*y**4 + 2*z**4 - 1,
        x*x + y*y + z*z - 1,
        12*x*y*z - 1
    ]

def jakobian(x,y,z):
    return [
        [ 8*x**3 , 8*y**3 , 8*z**3 ],
        [ 2*x    , 2*y    , 2*z    ],
        [ 12*y*z , 12*x*z , 12*x*y]
    ]

(x,y,z) = ( 1/2,0, 1 )

def printInfo():
    dY = maBytNula(x,y,z)
    print(x,y,z, "|f|=",math.sqrt(np.dot(dY,dY)), sep="\t")

for k in range(12):
    printInfo()
    dY = maBytNula(x,y,z)
    J = jakobian(x,y,z)
    dX = np.linalg.solve(J, dY)
    (x,y,z) = (x,y,z) - dX

printInfo()

0.5          0          1          |f|= 1.5258194519667128
0.5416666666666667 0.16666666666666666 0.85416666666666666 |f|= 0.2548754822334289
0.5834055993182238 0.17869239446620397 0.7956259819999159 |f|= 0.03586694314902784
0.5997818014521257 0.17792314101757223 0.7804512733458876 |f|= 0.002942304283543856
0.6011347362216085 0.17793357990416128 0.7790894397836352 |f|= 2.2115089265287898e-05
0.6011453508598864 0.17793354132403486 0.7790788934603022 |f|= 1.3395337180701856e-09
0.6011453515000937 0.17793354132280537 0.7790788928228991 |f|= 0.0
0.6011453515000937 0.17793354132280537 0.7790788928228991 |f|= 0.0
0.6011453515000937 0.17793354132280537 0.7790788928228991 |f|= 0.0
0.6011453515000937 0.17793354132280537 0.7790788928228991 |f|= 0.0
0.6011453515000937 0.17793354132280537 0.7790788928228991 |f|= 0.0
0.6011453515000937 0.17793354132280537 0.7790788928228991 |f|= 0.0
0.6011453515000937 0.17793354132280537 0.7790788928228991 |f|= 0.0
0.6011453515000937 0.17793354132280537 0.7790788928228991 |f|= 0.0

```