Obecná relativita dnes

aneb

Einsteinovo gravitační dědictví

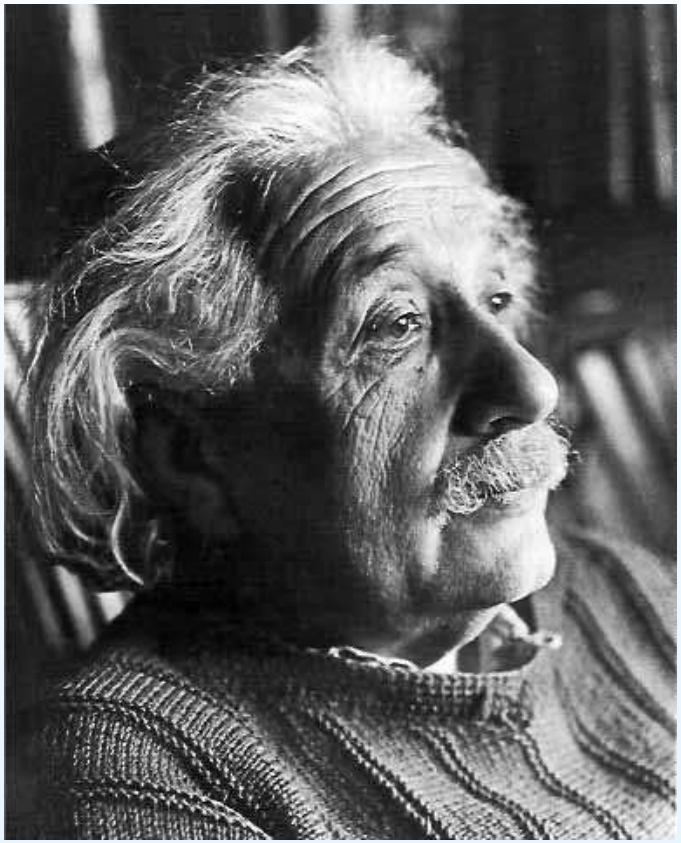
100 let od působení Alberta Einsteina v Praze

Jiří Podolský
Ústav teoretické fyziky
Matematicko-fyzikální fakulta
Univerzita Karlova v Praze

PMF

13. 10. 2011

obecná relativita je Einsteinovou teorií gravitace



Albert Einstein

11/1907: Bern – Praha – Curych – Berlín: 11/1915

4/1911 – 7/1912 – 3/1914

gravitace je deformace prostoročasu

Einsteinovy rovnice gravitačního pole:

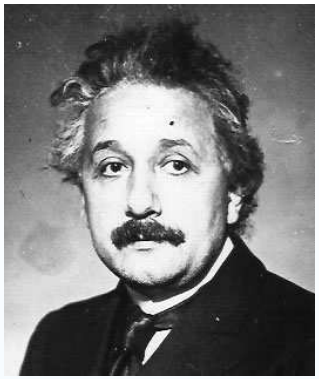
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} + \Lambda\, g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}\, T_{\mu\nu}$$

metrika — geometrie

tenzor energie-hybnosti — hmota

- geometrie prostoročasu určena hmotným obsahem
- hmota se pohybuje v neeuklidovské geometrii

stručná historie obecné teorie relativity



- 1905, Bern

  Einstein si uvědomuje, že pojem ”současnosti” závisí na vztažné soustavě a formuluje **speciální teorii relativity**, jedno z východisek celé moderní fyziky
- 1907, Bern

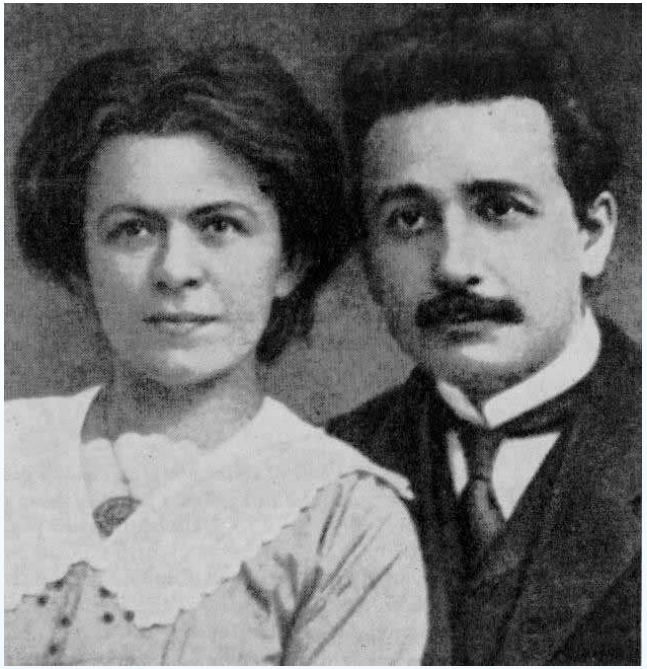
  formuluje **princip ekvivalence**, podle kterého nelze rozlišit účinky homogenního gravitačního pole a důsledky urychlení vztažné soustavy, což mu umožní zobecnit princip relativity z inerciálních soustav i na soustavy neinerciální
- 1912, Praha

  studuje **důsledky principu ekvivalence** (ohyb světelných paprsků, frekvenční posuv v gravitačním poli) a načrtává hlavní rysy nové teorie gravitace
- 1913, Curych

  využívá matematických výsledků Gausse, Riemanna, Ricciho a Levi-Civity a formuluje **relativistickou teorii gravitace v jazyce diferenciální geometrie**
- 1915, Berlín

  po velkém úsilí se vrací k curyšské (na souřadnicích nezávislé) verzi teorie a 25.11. prezentuje **finální podobu rovnic gravitačního pole** před Pruskou akademií věd

Einstein v Praze: 1. 4. 1911 – 25. 7. 1912



řádný profesor teoretické fyziky

na německé části Karlo–Ferdinandovy uviverzity

doporučení Max Planck, souhlas s povoláním dal císař František Josef

přednášel 2 semestry (mechanika, molekulová fyzika, termodynamika)

- bydlel na Smíchově (dnes Lesnická č. 7)
- oblíbný host salonu Berty Fantové:

  filozoficko-literární kroužek židovských intelektuálů:
  Max Brod, Franz Werfel, Hugo Bergmann, Philipp Frank, Franz Kafka ...

pracovna v Ústavu pro teoretickou fyziku ve Viničné ulici (dnes Přírodovědecká fakulta UK na Karlově)

příhodné místo pro práci (výhled do hezkého parku blázince)

- **publikoval 11 článků, z toho 6 z relativity**
- **zúčastnil se první Solvayovy konference**
  (Planck, Lorentz, Madame Curie, Poincaré)
- **studoval důsledky principu ekvivalence**
  (ohyb světelných paprsků, rudý posuv v gravitačním poli)
- **načrtnul hlavní rysy nové teorie gravitace**
  (geodetiky, nelinearita rovnic pole)

inspirace: profesor matematiky Georg Pick

matematická struktura obecné teorie relativity

- geometrie protoročasu popsána **metrickým tenzorem**
- v souřadnicích je to symetrická matice $g_{\mu\nu}$ dimenze 4

  $\mu = 0, 1, 2, 3$ čísluje řádky, $\nu = 0, 1, 2, 3$ čísluje sloupce

  z $4 \times 4 = 16$ jenom 10 nezávislých složek protože $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$
- obecně jsou složky metriky funkce souřadnic: $g_{\mu\nu}(x^\alpha)$

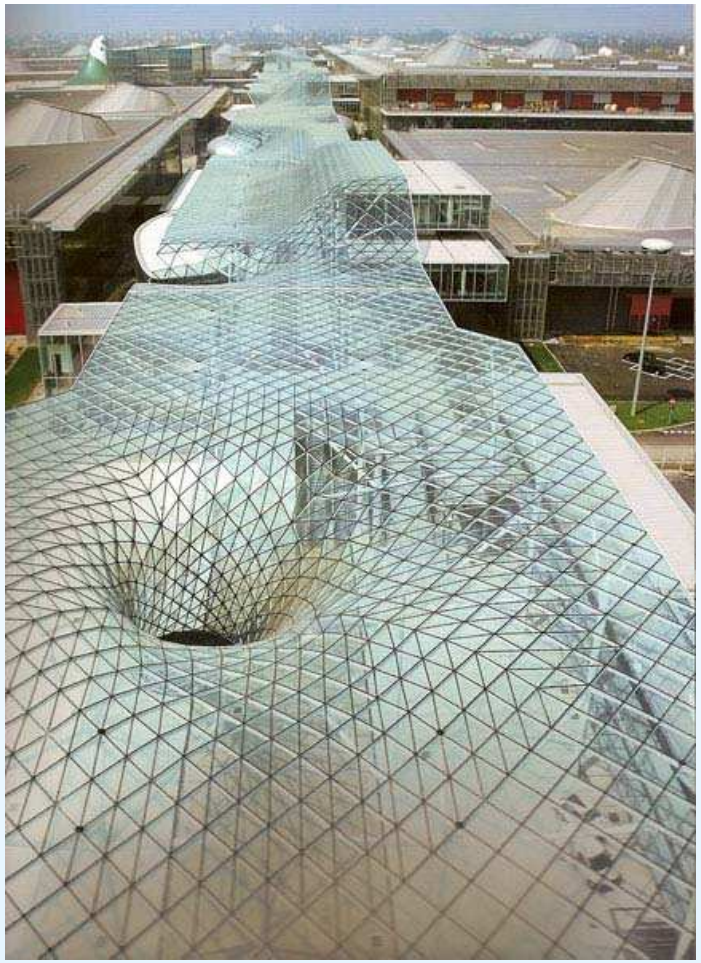
  $x^\alpha \equiv (x^0, x^1, x^2, x^3)$

  časová tři prostorové
- metrika určuje skalární součin a velikost vektoru:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} \equiv \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}\, A^\mu B^\nu, \qquad |\vec{A}|^2 \equiv \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}\, A^\mu A^\nu$$

  výsledek nezávisí na použitých souřadnicích
- speciálně: **polohový vektor spojující 2 blízké události** o souřadnicích (x^0, x^1, x^2, x^3) a $(\bar{x}^0, \bar{x}^1, \bar{x}^2, \bar{x}^3)$:

prostoročasový interval $\mathrm{d}s^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}\, \mathrm{d}x^\mu\, \mathrm{d}x^\nu,$ $\mathrm{d}x^\mu \equiv \bar{x}^\mu - x^\mu$ je rozdíl souřadnic



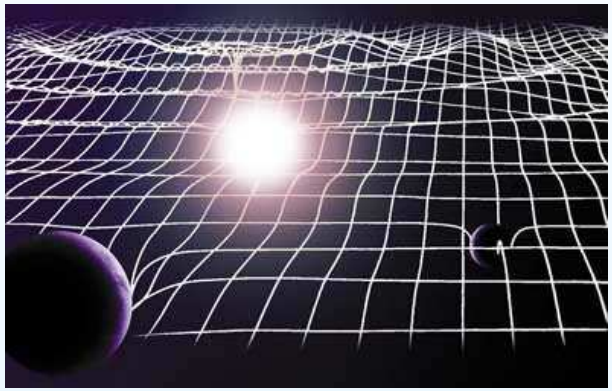
Massimiliano Fuksas, 2005
(Nový veletržní areál, Milán, Itálie)

Einsteinovy rovnice gravitačního pole $g_{\mu\nu}$

prostoročasový interval $\mathrm{d}s^2 = \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu}\,\mathrm{d}x^\mu\,\mathrm{d}x^\nu$ je zobecněním Pythagorovy věty:

pro současné události je $\mathrm{d}x^0 = 0$ a v euklidovském prostoru je $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$

invariantní vzdálenost je tedy $\mathrm{d}l^2 = (\mathrm{d}x^1)^2 + (\mathrm{d}x^2)^2 + (\mathrm{d}x^3)^2$



metriku popisující geometrii prostoročasu
získáme řešením Einsteinových rovnic:

$$R_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} R\, g_{\mu\nu} + \Lambda\, g_{\mu\nu} = \tfrac{8\pi G}{c^4}\, T_{\mu\nu}$$

- **pravá strana: zdroj zakřivení** (hmota popsaná $T_{\mu\nu}$)
- **levá strana: komplikovaná kombinace složek metriky $g_{\mu\nu}$ a jejích 1. a 2. derivací**:

Ricciho tenzor $R_{\mu\nu} = \sum_{\alpha=0}^{3} R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu}$, Ricciho skalár $R = \sum_{\alpha,\beta=0}^{3} g^{\alpha\beta} R_{\alpha\beta}$, kosmologická konstanta Λ,

Riemannův tenzor křivosti $R^{\kappa}{}_{\lambda\mu\nu} = \frac{\partial\,\Gamma^{\kappa}_{\lambda\nu}}{\partial\,x^\mu} - \frac{\partial\,\Gamma^{\kappa}_{\lambda\mu}}{\partial\,x^\nu} + \sum_{\alpha=0}^{3} \Gamma^{\alpha}_{\lambda\nu}\Gamma^{\kappa}_{\alpha\mu} - \sum_{\alpha=0}^{3} \Gamma^{\alpha}_{\lambda\mu}\Gamma^{\kappa}_{\alpha\nu}$,

konexe $\Gamma^{\kappa}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\sum_{\alpha=0}^{3} g^{\kappa\alpha}\left(\frac{\partial\,g_{\mu\alpha}}{\partial\,x^\nu} + \frac{\partial\,g_{\nu\alpha}}{\partial\,x^\mu} - \frac{\partial\,g_{\mu\nu}}{\partial\,x^\alpha}\right)$,

složitá soustava nelineárních parciálních diferenciálních rovnic 2. řádu pro $g_{\mu\nu}$

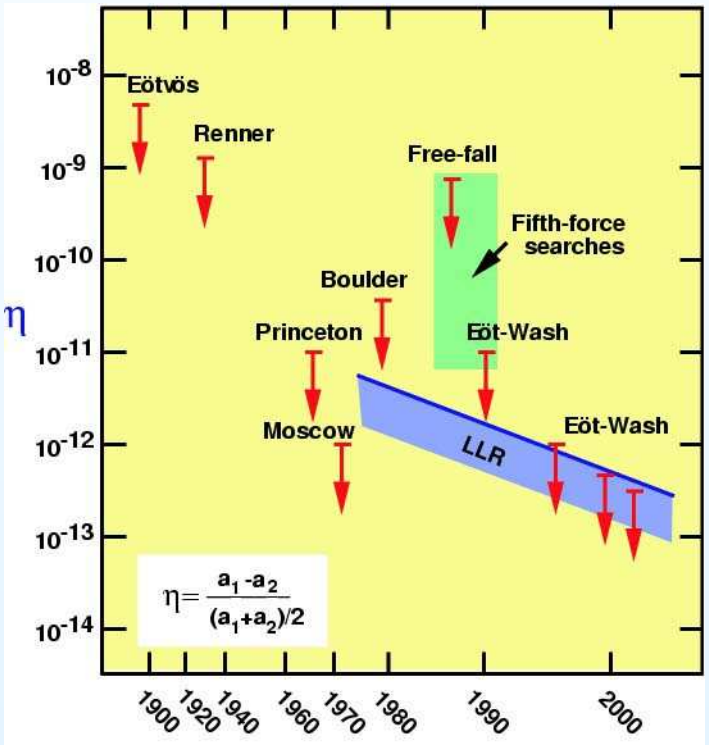
testy obecné teorie relativity

klasické testy:

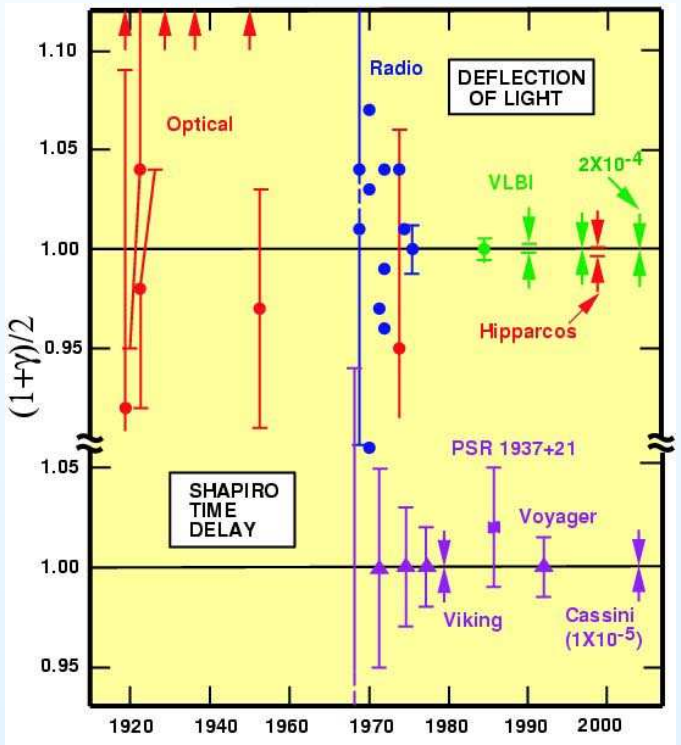
- ohyb paprsků (1,75”)
- stáčení orbit (43”)
- rudý posuv

dodnes stovky dalších precizních ověření, například:

testy slabého principu ekvivalence



testy PPN parametru γ



zdroj: Clifford M. Will, *Living Rev. Relativity*, **9** (2006) 3

dnešní experimentální hodnoty PPN parametrů

parametr	horní mez	efekt	měření
$\gamma - 1$	4×10^{-4}	ohyb paprsků	radiointerferometrie
	2×10^{-5}	časové zpoždění	sledování Cassini
$\beta - 1$	3×10^{-3}	stáčení perihelia	helioseismologie
ξ	10^{-3}	pozemské slapy	gravimetrie
α_1	10^{-4}	polarizace orbit	vzdálenost Měsíce
α_2	4×10^{-7}	precese spinu	rotace Slunce
α_3	4×10^{-20}	zrychlení pulsarů	statistika $\dot{P}$ pulsarů
ζ_2	4×10^{-5}	binární pulsary	$\ddot{P}$ pro PSR 1913+16
ζ_3	10^{-8}	Newtonův 3. zákon	zrychlení Měsíce

γ míra zakřivení prostoročasu

β míra nelinearity pole

ξ privilegovanost míst

α_i privilegovanost směrů

ζ_i nezachování celkové hybnosti

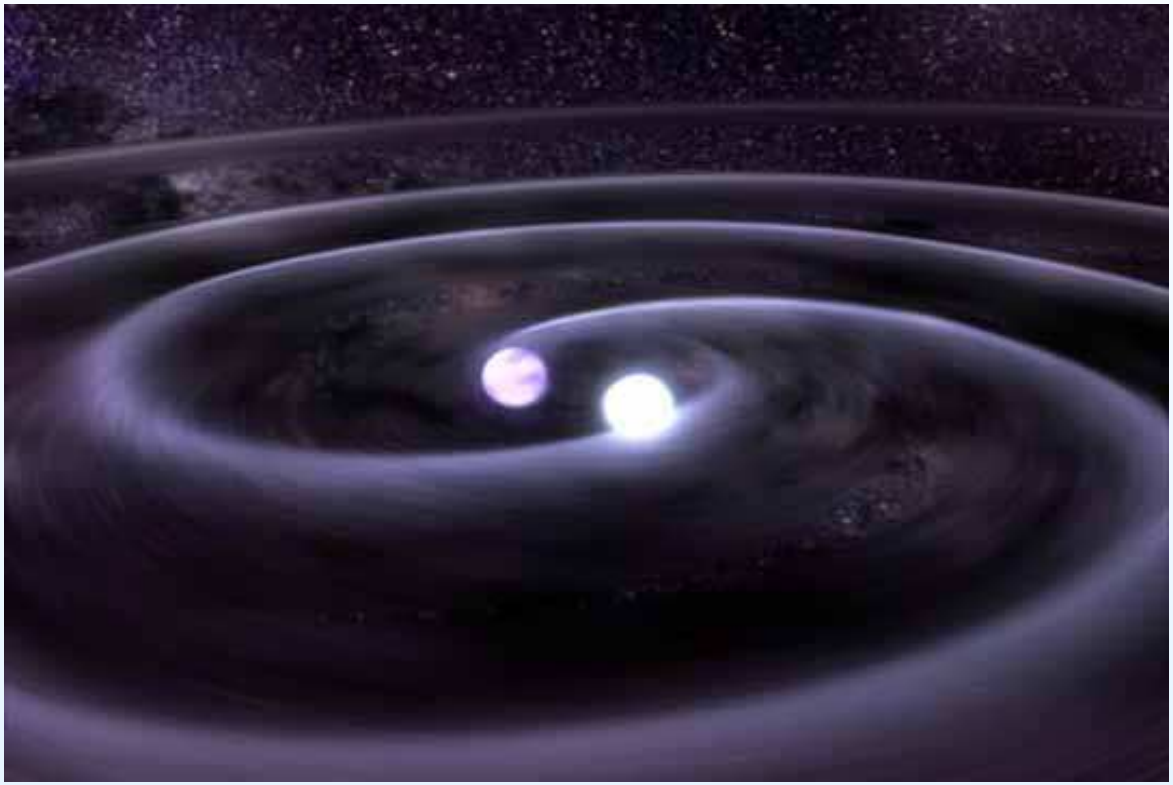
parametrický post-newtonovský formalizmus (Nordtvedt a Will)

obecná relativita: všechny parametry jsou přesně 0

binární pulsary

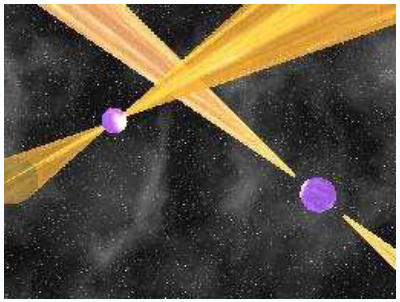
systém dvou neutronových hvězd obíhajících velmi blízko sebe

významné testy obecné relativity v silných gravitačních polích:

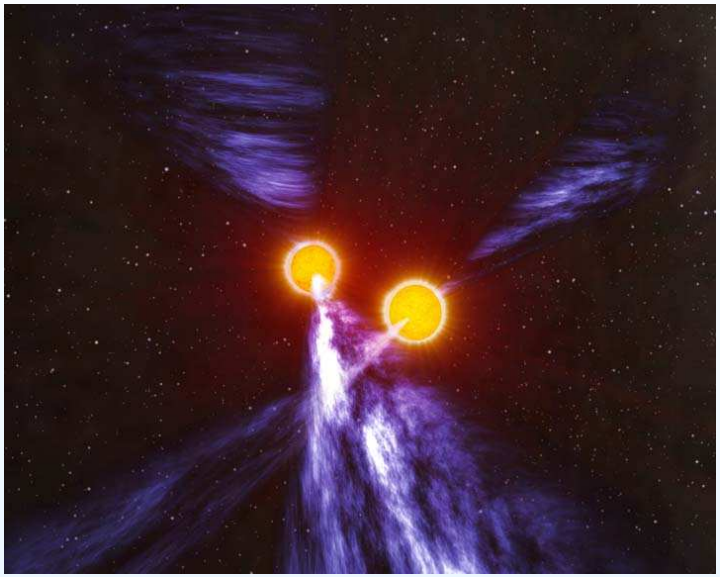


		stáčení dráhy:	přibližování po spirále:
PSR B1913+16	(1974)	4,2 ° za rok	3,5 m za rok
PSR J0737+3039	(2003)	16,9 ° za rok	2,6 m za rok

dvojitý pulsar PSR J0737+3039



obě složky pozorujeme jako pulsary, navíc dochází k zákrytům!



$m_A = 1,337\ M_\odot$ $\quad P_A = 0,023$ s

$m_B = 1,250\ M_\odot$ $\quad P_B = 2,773$ s

$T = 2,454$ hod

$e = 0,087779$

$i = 88\,^\circ$

$a = 878$ tis. km

zákryt 30 s když A prochází za B

$\Rightarrow$ mapování magnetosféry

unikátní relativistická laboratoř:

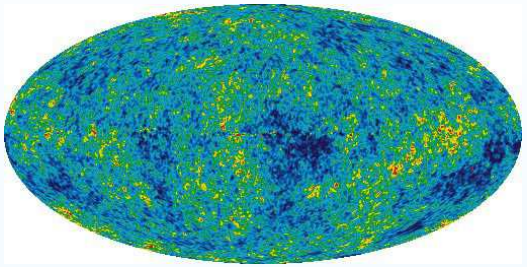
- stáčení dráhy 16,9 $^\circ$ za rok
- přibližování po spirále 2,6 m za rok
- rudý posuv rotační periody 0,38 ms
- časové zpoždění 90 μs
- geodetická precese rotačních os: perioda 75 let (A) a 71 let (B)

závěr: Einsteinově teorii můžeme zatím opravdu důvěřovat

hlavní aplikace obecné teorie relativity

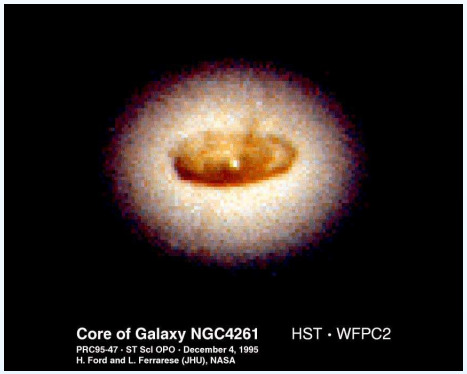
- **kosmologie:** globální modely vesmíru

  studium struktury a evoluce kosmu



- **černé díry:** relativistická astrofyzika

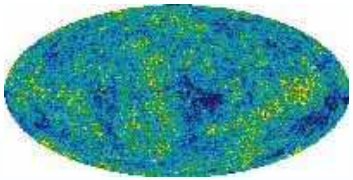
  supernovy, akreční disky
  obří černé díry v centrech galaxií
  gravitační čočky



- **gravitační vlny:** kosmologické i astrofyzikální

  rozvlnění prostoročasové geometrie
  vzniklé při explozích, kolapsech a srážkách

kosmologie 20. století: stručné dějiny



první modely a pozorování (1917-1929)

- **Einstein** (1917): model statického vesmíru – zavedení Λ jako “antigravitace”
- **de Sitter** (1917): rozpínající se prázdný vesmír s Λ
- **Friedmann** (1922): model rozpínajícího se vesmíru s hmotou
- **Lemaître** (1927): “prvotní atom” - zrod teorie velkého třesku
- **Hubble a Humason** (1929): rudý posuv spekter galaxií $\longrightarrow$ vesmír se rozpíná

souboj teorií velkého třesku a stacionárního vesmíru (1949-1965)

Gamow, Alpher, Herman versus **Hoyle, Gold, Bondi**

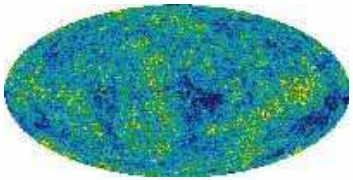
- pochopení nukleosyntézy prvků: (30.-50. léta)
- zpřesnění stáří vesmíru: **Baade** (1952), **Sandage** (1958)
- prokázání evoluce vesmíru: rádiové galaxie **Ryle** (1961), kvasary **Schmidt** (1963)
- existence reliktního mikrovlnného záření: **Penzias a Wilson** (1965) $\longrightarrow$ Nobelova cena 1978

triumf teorie velkého třesku a obecné teorie relativity (od r. 1965)

souhlasí s řadou nezávislých přesných pozorování

struktura a stáří kosmu, zastoupení prvků, reliktní záření: COBE (1989), WMAP (2001)

kosmologické FLRW modely



Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker a další (20. léta):

prostor je homogenní a izotropní (má 6 symetrií) $\Rightarrow$ konstantní křivost

$$\mathrm{d}s^2 = -\,\mathrm{d}t^2 + R^2(t)\left(\frac{\mathrm{d}r^2}{1-k\,r^2} + r^2(\,\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\;\mathrm{d}\phi^2)\right)$$

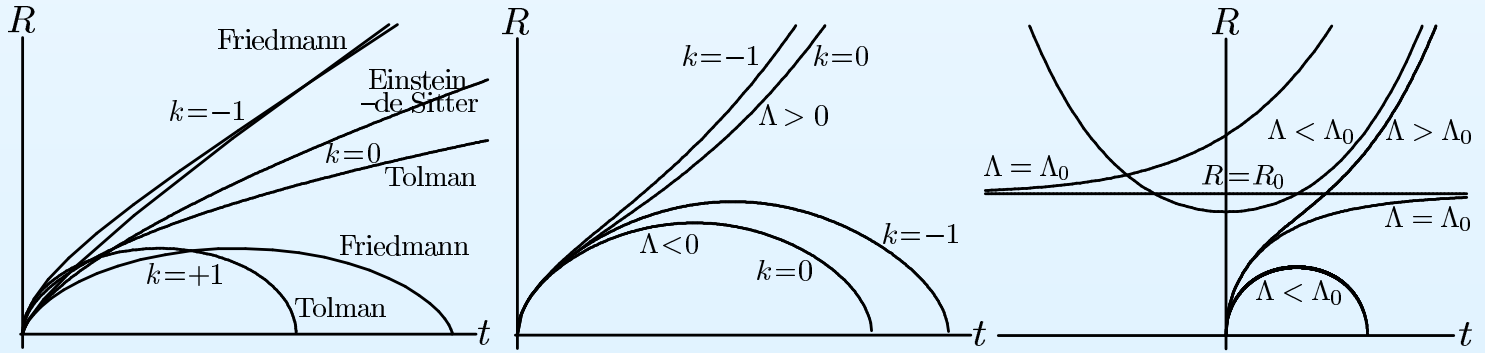
$k = 0, +1, -1$ odpovídá geometrii E^3, S^3, H^3

expanze vesmíru popsána funkcí $R(t)$, jež řeší rovnici

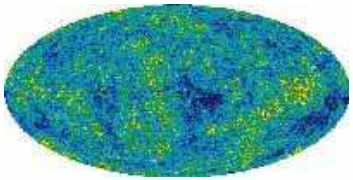
$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{R^2} + \frac{8\pi}{3}\left(\frac{\text{prach}}{R^3} + \frac{\text{záření}}{R^4}\right)$$

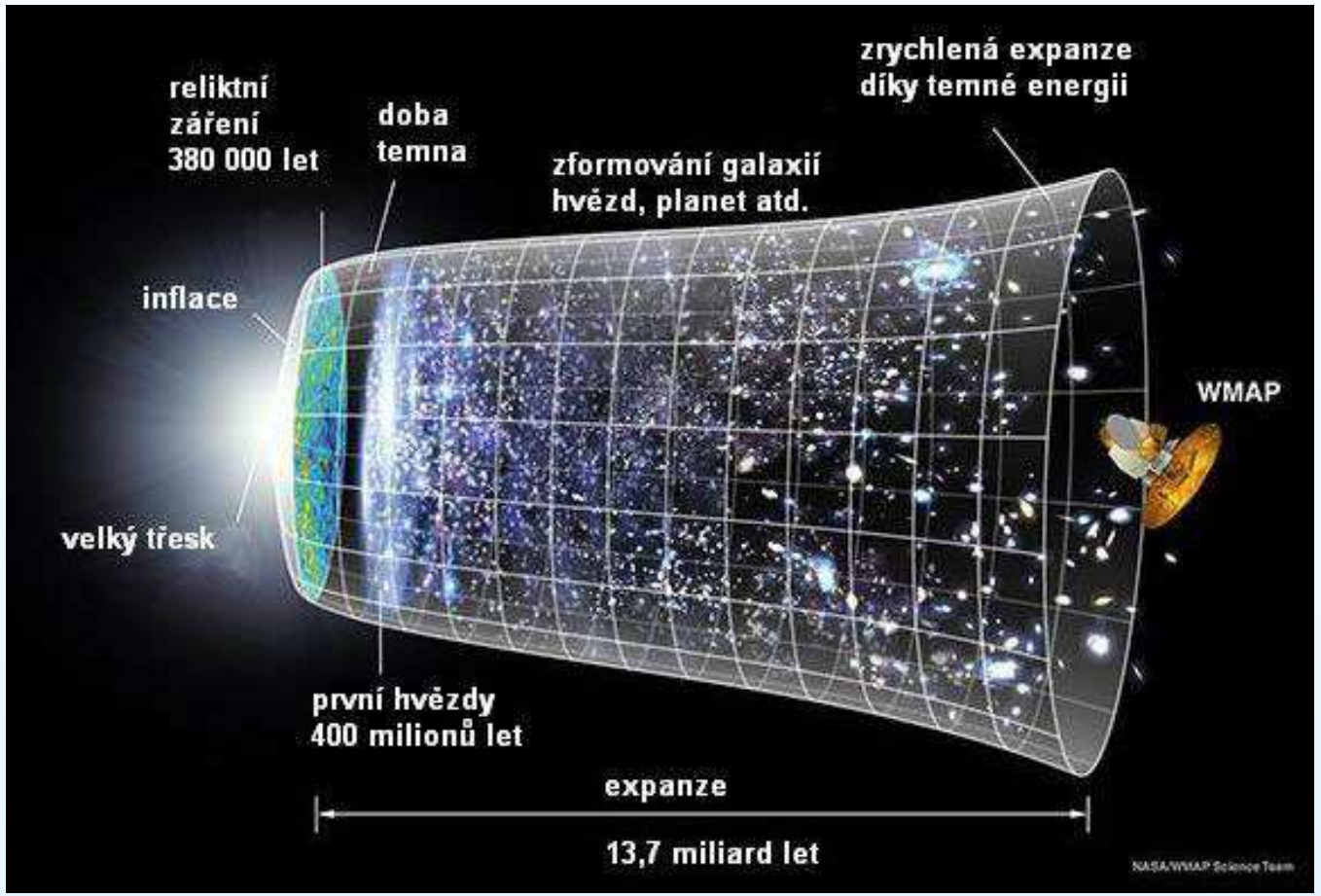
kosmologická konstanta — křivost prostoru — hustota hmoty

typická řešení: expanze z velkého třesku v $R = 0$ (singularita), $R(t \to \infty) \sim \exp\left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}\,t\right)$



dnešní model vesmíru: FLRW ΛCDM



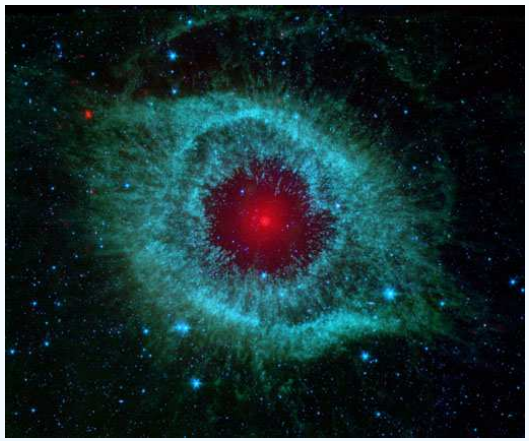


- globálně homogenní a izotropní prostor expandující 13,7 mld let z velkého třesku
- dnes dominantní kosmologická konstanta (72 %) a nebaryonová temná hmota (23 %)

Nobelovy ceny za fyziku 2006 a 2011 viz doc. Langer: ”Relativitstická kosmologie”, 27. 10. 2011

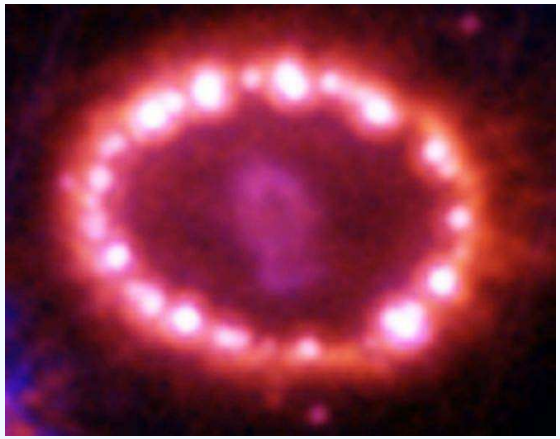
struktura, evoluce a zánik hvězd

bílý trpaslík



planetární mlhovina Helix

neutronová hvězda



supernova 1987A

černá díra

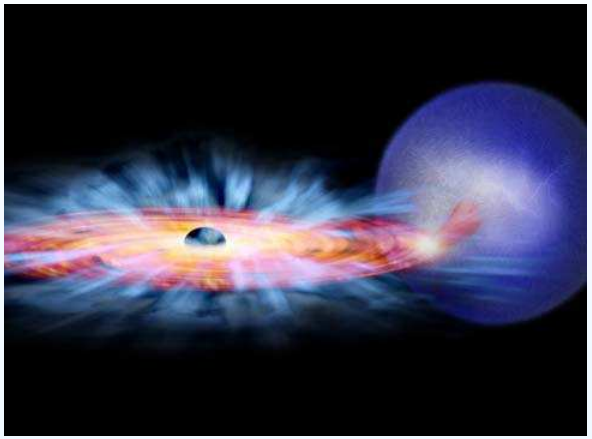
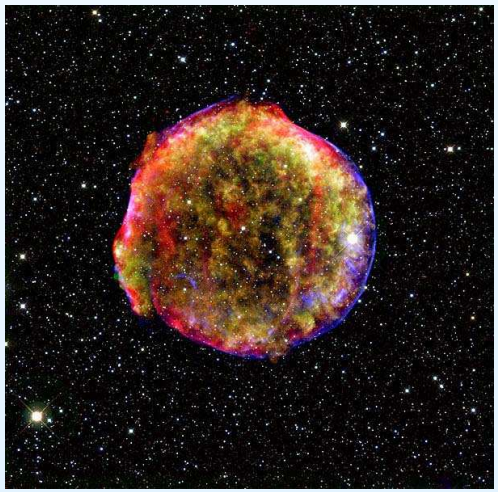
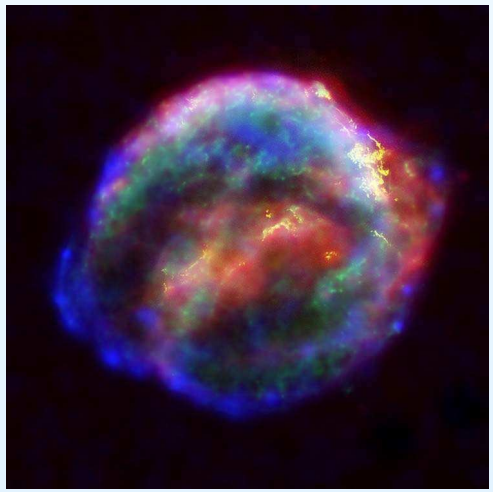


schéma binární soustavy

výbuch supernovy



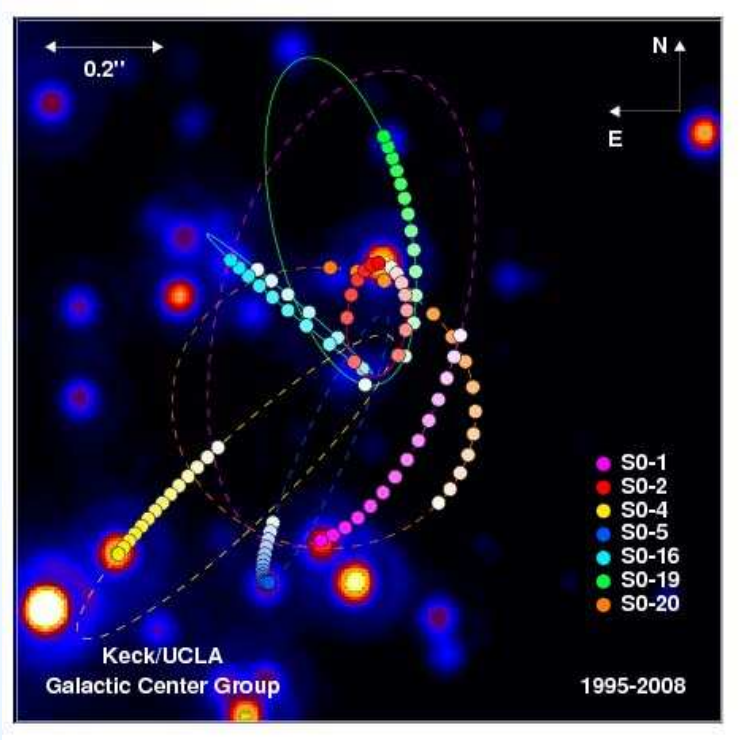
Tychonova supernova (1572)



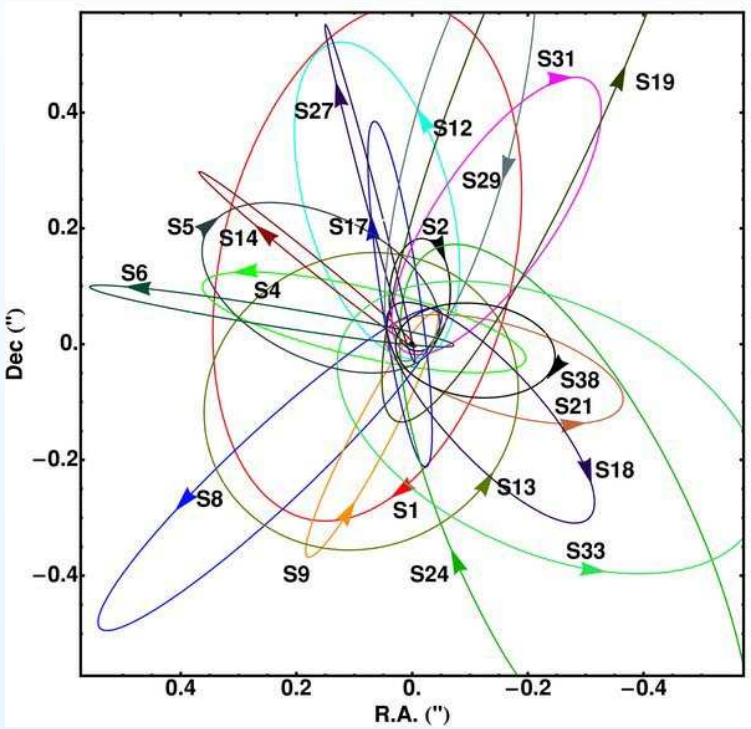
Keplerova supernova (1604)

černé díry jsou v centru většiny galaxií

velká rychlost pohybu hvězd blízko centra naší Galaxie (Sgr A*):

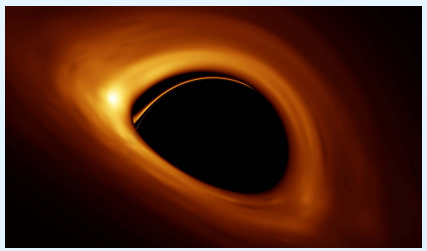


zdroj: Ghez et al. (2008)



zdroj: Gillessen et al., *ApJ*, **692** (2009) 1075

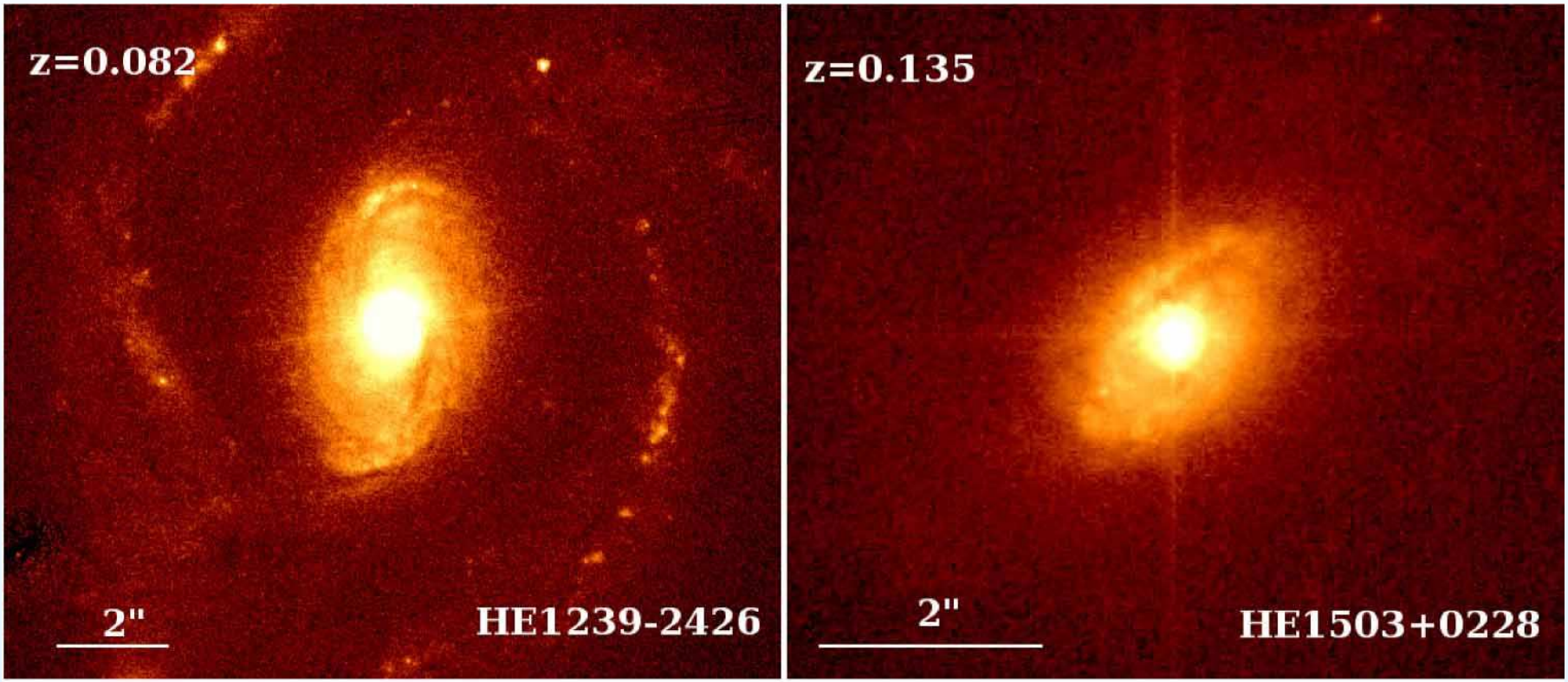
v centru Galaxie je černá díra hmotnosti $4 \times 10^6 M_\odot$



kvasary

objeveny v roce 1963 (3C 273)

nedávno prokázáno, že kvasary jsou jádra nesmírně vzdálených aktivních galaxií:

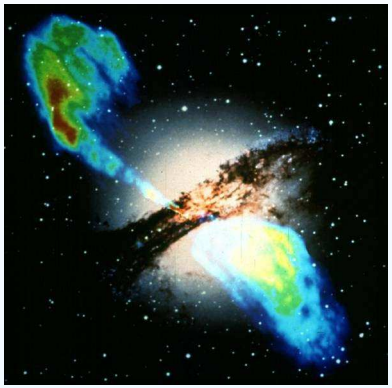


Two Quasars with Their Host Galaxy
(HST)

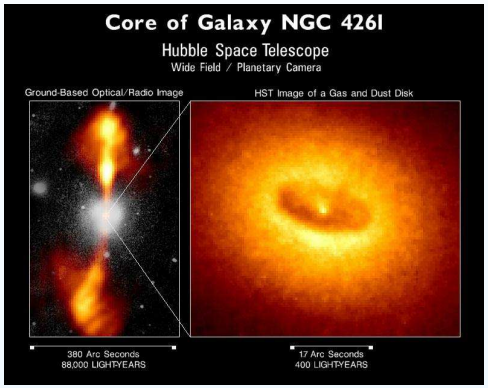
ESO PR Photo 28a/05 (September 14, 2005)

© ESO

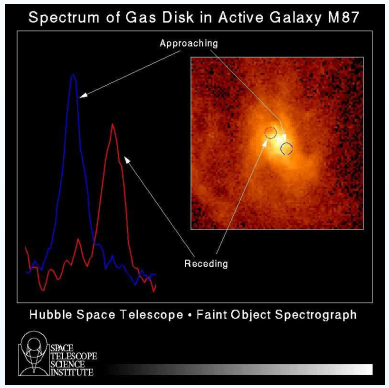
aktivní galaxie s výtrysky

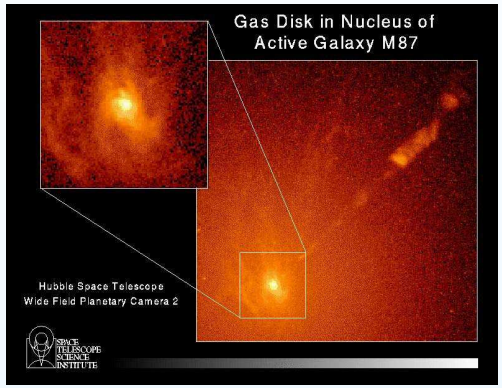


Centaurus A



NGC4261



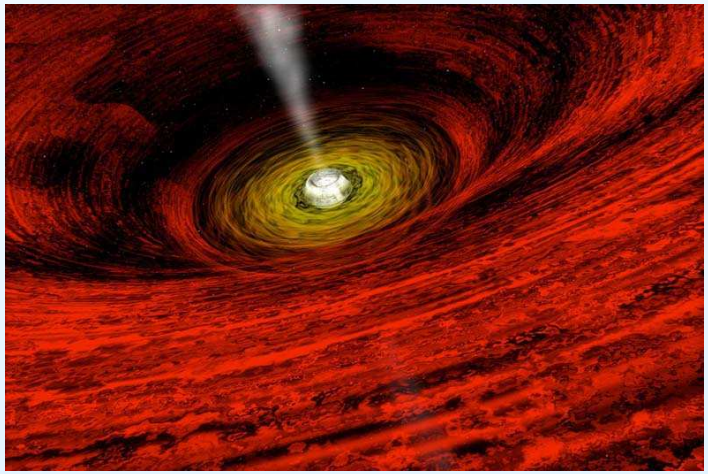


M87

centrum kvasaru či aktivní galaxie:

obří černá díra + akreční disk + výtrysky

$\sim 10^9 M_\odot$



viz doc. Semerák a doc. Karas: ”Astrofyzika silných gravitačních polí”, 24. 11. 2011

přesné černoděrové prostoročasy

Schwarzschild (1916): hmotnost m (sféricky symetrické gravitační pole)

$$\mathrm{d}s^2 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)\mathrm{d}t^2 + \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1}\mathrm{d}r^2 + r^2(\,\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi^2)$$

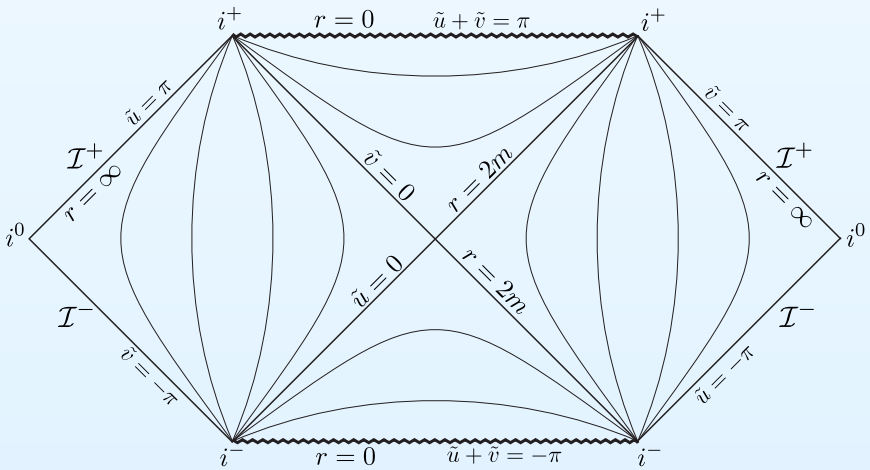
Reissner–Nordström (1916,18): náboj e

$$\mathrm{d}s^2 = -\left(1-\frac{2m}{r}+\frac{e^2}{r^2}\right)\mathrm{d}t^2 + \left(1-\frac{2m}{r}+\frac{e^2}{r^2}\right)^{-1}\mathrm{d}r^2 + r^2(\,\mathrm{d}\theta^2 + \sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi^2)$$

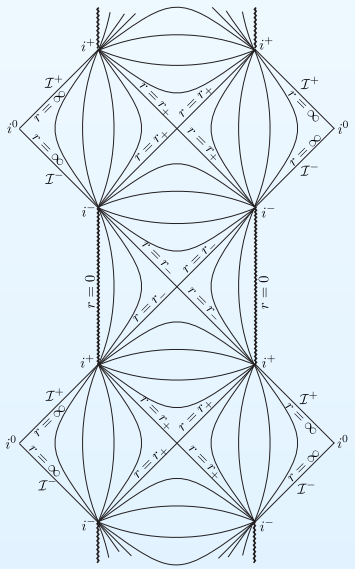
Kerr (1963): rotace a (axiálně symetrické stacionární pole)

$$\mathrm{d}s^2 = -\frac{\Delta}{\rho^2}\Big(\,\mathrm{d}t - a\sin^2\theta\,\mathrm{d}\phi\Big)^2 + \frac{\rho^2}{\Delta}\,\mathrm{d}r^2 + \rho^2\,\mathrm{d}\theta^2 + \frac{\sin^2\theta}{\rho^2}\Big(a\,\mathrm{d}t - (r^2+a^2)\,\mathrm{d}\phi\Big)^2$$

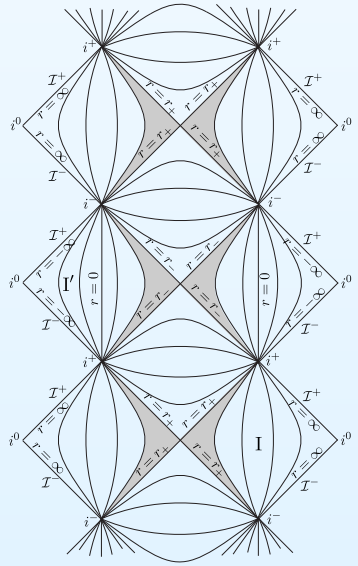
$$\Delta = r^2 + a^2 - 2mr, \quad \rho^2 = r^2 + a^2\cos^2\theta$$



Schwarzschild



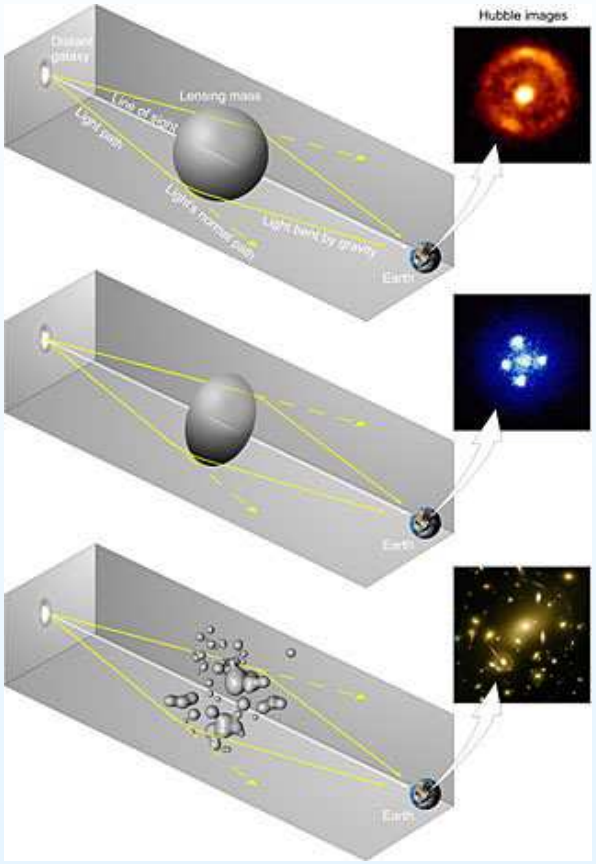
Reissner–Nordström

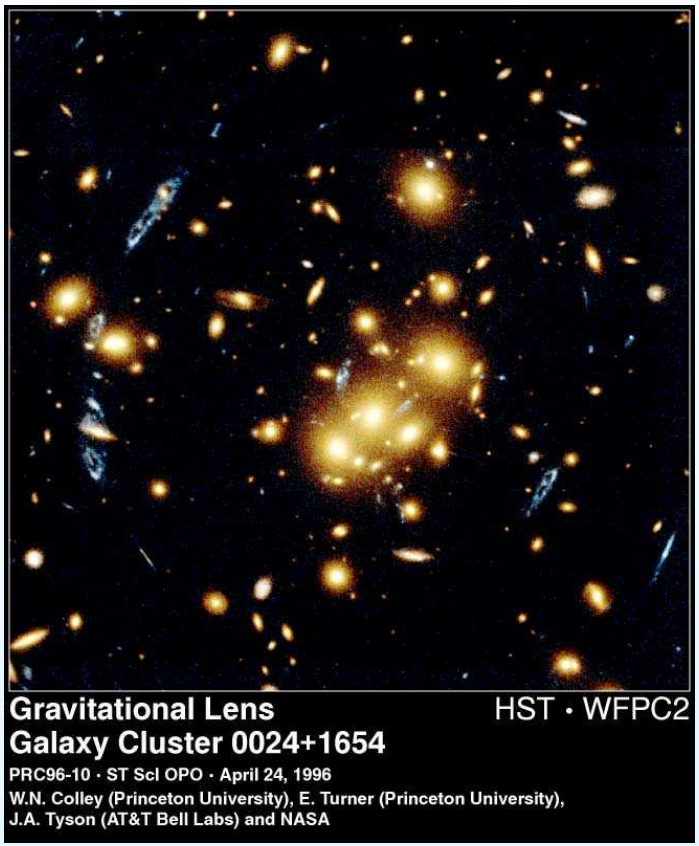


Kerr

gravitační čočky

ohyb světelných paprsků v okolí hmotných objektů:





dnes běžná astronomická pozorovací technika:

umožňuje mapovat rozložení hmoty (včetně nesvítící),

pozorovat vzdálené galaxie a kvasary, objevovat exoplanety atd.

viz dr. Heyrovský: ”Gravitační čočky”, 10. 11. 2011

gravitační vlny

periodické změny křivosti prostoročasu šířící se rychlostí světla

Einstein (1916), řešení linearizovaných rovnic: příčné vlny, 2 polarizace

vlnostroj Concentric Wave, Martin Smith, 2007 (Harley Gallery, Welbeck, Anglie)

Albert Einstein, předloženo 22. června 1916

Aproximativní integrace rovnic gravitačního pole

Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation.

Von A. Einstein.

Bei der Behandlung der meisten speziellen (nicht prinzipiellen) Probleme auf dem Gebiete der Gravitationstheorie kann man sich damit begnügen, die $g_{\mu\nu}$ in erster Näherung zu berechnen. Dabei bedient man sich mit Vorteil der imaginären Zeitvariable $x_4 = it$ aus denselben Gründen wie in der speziellen Relativitätstheorie. Unter »erster Näherung« ist dabei verstanden, daß die durch die Gleichung

$$g_{\mu\nu} = -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu} \qquad (1)$$

definierten Größen $\gamma_{\mu\nu}$, welche linearen orthogonalen Transformationen gegenüber Tensorcharakter besitzen, gegen 1 als kleine Größen behandelt werden können, deren Quadrate und Produkte gegen die ersten Potenzen vernachlässigt werden dürfen. Dabei ist $\delta_{\mu\nu} = 1$ bzw. $\delta_{\mu\nu} = 0$, je nachdem $\mu = \nu$ oder $\mu \neq \nu$.

Wir werden zeigen, daß diese $\gamma_{\mu\nu}$ in analoger Weise berechnet werden können wie die retardierten Potentiale der Elektrodynamik. Daraus folgt dann zunächst, daß sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Wir werden im Anschluß an diese allgemeine Lösung die Gravitationswellen und deren Entstehungsweise untersuchen. Es hat sich gezeigt, daß die von mir vorgeschlagene Wahl des Bezugssystems gemäß der Bedingung $g = |g_{\mu\nu}| = -1$ für die Berechnung der Felder in erster Näherung nicht vorteilhaft ist. Ich wurde hierauf aufmerksam durch eine briefliche Mitteilung des
[1] Astronomen de Sitter, der fand, daß man durch eine andere Wahl des Bezugssystems zu einem einfacheren Ausdruck des Gravitationsfeldes eines ruhenden Massenpunktes gelangen kann, als ich ihn früher gegeben hatte[1]. Ich stütze mich daher im folgenden auf die allgemein invarianten Feldgleichungen.

[2] [1] Sitzungsber. XLVII, 1915, S. 833.

§ 1. Integration der Näherungsgleichungen des Gravitationsfeldes.

Die Feldgleichungen lauten in ihrer kovarianten Form [3]

$$\left.\begin{aligned} R_{\mu\nu} + S_{\mu\nu} &= -\varkappa\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right) \\ R_{\mu\nu} &= -\sum_{\alpha}\frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left\{\begin{matrix}\mu\nu\\ \alpha\end{matrix}\right\} + \sum_{\alpha\beta}\left\{\begin{matrix}\mu\alpha\\ \beta\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}\nu\beta\\ \alpha\end{matrix}\right\} \\ S_{\mu\nu} &= \frac{\partial \log\sqrt{g}}{\partial x_\mu \partial x_\nu} - \sum_{\alpha}\left\{\begin{matrix}\mu\nu\\ \alpha\end{matrix}\right\}\frac{\partial \log\sqrt{g}}{\partial x_\alpha} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Dabei bedeuten die geschweiften Klammern die bekannten Christoffelschen Symbole, $T_{\mu\nu}$ den kovarianten Energietensor der Materie, T den zugehörigen Skalar. Die Gleichungen (1) liefern in der uns interessierenden Näherung die durch Entwickeln unmittelbar folgenden Gleichungen

$$\sum_{\alpha}\frac{\partial^2\gamma_{\mu\alpha}}{\partial x_\nu \partial x_\alpha} + \sum_{\alpha}\frac{\partial^2\gamma_{\nu\alpha}}{\partial x_\mu \partial x_\alpha} - \sum_{\alpha}\frac{\partial^2\gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x_\nu}\left(\sum_{\alpha}\gamma_{\alpha\alpha}\right) = -2\varkappa\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\mu\nu}\sum T_{\alpha\alpha}\right). \qquad (2)$$

Das letzte Glied der linken Seite stammt von der Größe $S_{\mu\nu}$, die bei der von mir bevorzugten Koordinatenwahl verschwindet. Die Gleichungen (2) lassen sich durch den Ansatz

$$\gamma_{\mu\nu} = \gamma'_{\mu\nu} + \psi\delta_{\mu\nu} \qquad (3)$$

lösen, wobei die $\gamma'_{\mu\nu}$ der zusätzlichen Bedingung

$$\sum_{\nu}\frac{\partial\gamma'_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0 \qquad (4)$$

genügen. Durch Einsetzen von (3) in (2) erhält man an Stelle der linken Seite

$$-\sum_{\alpha}\frac{\partial\gamma'_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x_\nu}\left(\sum_{\alpha}\gamma'_{\alpha\alpha}\right) + 2\frac{\partial^2\psi}{\partial x_\mu \partial x_\nu} - \delta_{\mu\nu}\sum_{\alpha}\frac{\partial^2\psi}{\partial x_\alpha^2} - 4\frac{\partial^2\psi}{\partial x_\mu \partial x_\nu}. \qquad [4]$$

Der Beitrag des zweiten, dritten und fünften Gliedes verschwindet, wenn ψ gemäß der Gleichung

$$\sum_{\alpha}\gamma'_{\alpha\alpha} + 2\psi = 0 \qquad (5)$$

gewählt wird, was wir festsetzen. Mit Rücksicht hierauf erhält man an Stelle von (2)

vlnová rovnice pro slabé gravitační poruchy

690 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 22. Juni 1916

$$\sum_\alpha \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2}\left(\gamma'_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\mu\nu}\sum_\alpha \gamma'_{\alpha\alpha}\right) = 2\varkappa\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\mu\nu}\sum_\alpha T_{\alpha\alpha}\right)$$

oder

$$\sum_\alpha \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2}\gamma'_{\mu\nu} = 2\varkappa T_{\mu\nu}. \qquad (6)$$

Es ist hierzu zu bemerken, daß Gleichung (6) mit der Gleichung (4) im Einklang ist. Denn es ist zunächst leicht zu zeigen, daß bei der von uns erstrebten Genauigkeit der Impulsenergiesatz für die Materie durch die Gleichung

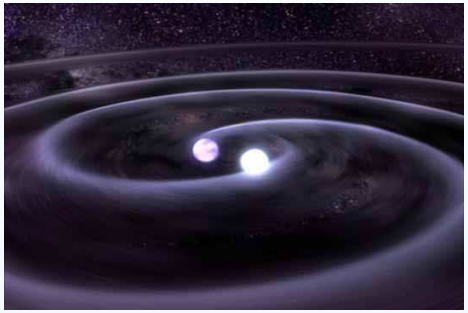
dnešní zápis:

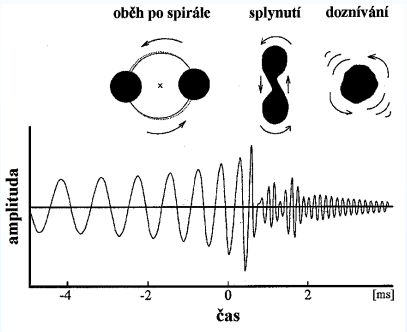
$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad \Rightarrow \text{ pro } \gamma_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \text{ platí } \quad \Box\gamma_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$
$$|h_{\mu\nu}| \ll |\eta_{\mu\nu}|, \quad \gamma_{\mu\nu}{}^{,\nu} = 0$$

zdroje gravitačních vln

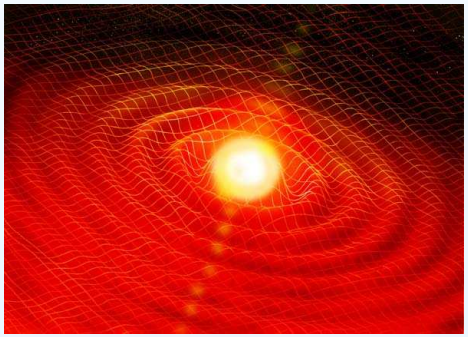
každý zrychlený nesférický pohyb hmoty, zejména:

- **kompaktní dvojhvězdy**

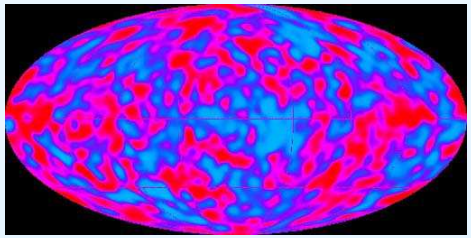


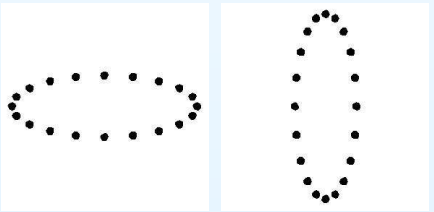


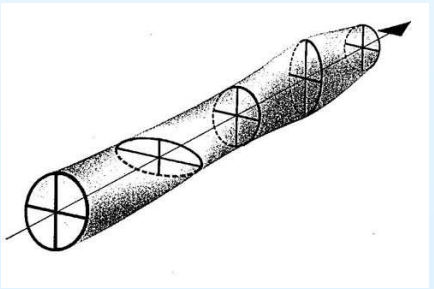
- **supernovy**



- **velký třesk**





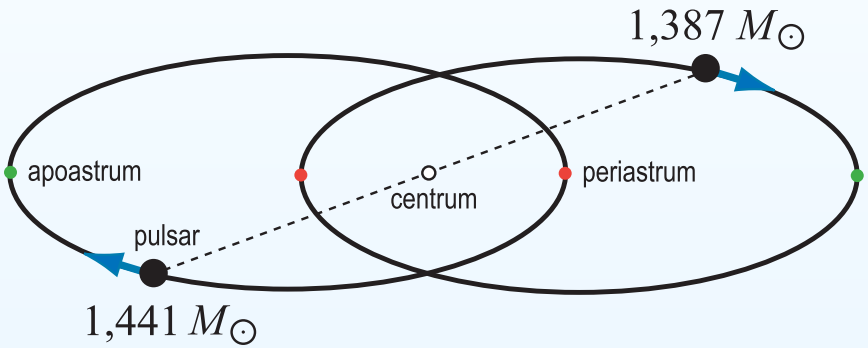


gravitační vlny jsou nesmírně slabé: $h = \frac{\Delta L}{L} < 10^{-22}$

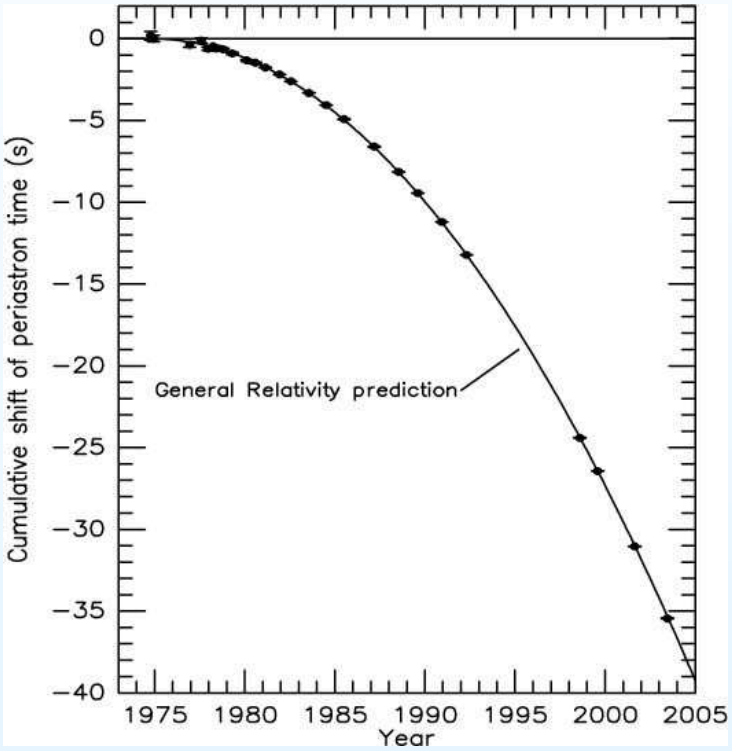
PSR B1913+16: nepřímý důkaz gravitačních vln

pulsar v těsném dvojném systému, sledovaný od roku 1974:

binární systém s PSR B1913+16 vyzařuje gravitační vlny



$T = 7,751939$ hod
$e = 0,617134$
$i = 47,2\,^\circ$
$a = 1,92$ mil. km
min 0,7 mil. km
max 3,1 mil. km



obě neutronové hvězdy se spirálovitě přibližují o 3,1 mm při každém oběhu

$\longrightarrow$ zkracování T o 76 μs/rok, protože gravitační vlny odnášejí energii

pozorování zcela souhlasí s předpovědí teorie relativity:

(chyba menší než 0,2%)

zdroj: Weisberg J. M. a Taylor J. H., *ASP Conf. Ser.*, **328** (2005) 25

Hulse a Taylor: Nobelova cena za fyziku, 1993

potvrzeno i dvojitým pulsarem PSR J0737+3039 objeveným roku 2003

rezonanční detektory Josepha Webera

cíl: přímo změřit vlnky křivosti generované vzdálenými vesmírnými objekty

- po roce 1960
- tunové hliníkové válce
- vibrace snímány piezoelektricky

(ultra)kryogenní potomci:

EXPLORER (CERN), ALLEGRO (Louisiana), NIOBE (Perth)

NAUTILUS (Frascati, Řím), AURIGA (Legnaro, Padova)

$T < 0.1$ K, SQUID

Detekce a generování gravitačních vln

PHYSICAL REVIEW VOLUME 117, NUMBER 1 JANUARY 1, 1960

Detection and Generation of Gravitational Waves*

J. WEBER
University of Maryland, College Park, Maryland

(Received February 9, 1959; revised manuscript received July 20, 1959)

Methods are proposed for measurement of the Riemann tensor and detection of gravitational waves. These make use of the fact that relative motion of mass points, or strains in a crystal, can be produced by second derivatives of the gravitational fields. The strains in a crystal may result in electric polarization in consequence of the piezoelectric effect. Measurement of voltages then enables certain components of the Riemann tensor to be determined. Mathematical analysis of the limitations is given. Arrangements are presented for search for gravitational radiation.

The generation of gravitational waves in the laboratory is discussed. New methods are proposed which employ electrically induced stresses in crystals. These give approximately a seventeen-order increase in radiation over a spinning rod of the same length as the crystal. At the same frequency the crystal gives radiation which is about thirty-nine orders greater than that of a spinning rod.

INTRODUCTION

THE question of gravitational radiation has always been a central issue in the General Theory of Relativity. Long ago, Einstein[1] and Eddington[2] studied the problem and predicted that very small amounts of energy would be radiated by a spinning rod or a double star. A great deal of theoretical work on the radiation problem has appeared, during the past four decades.

Experimental work along these lines now appears possible. Two avenues of approach will be considered.[3] First we should like to detect the presence of gravitational radiation incident on earth from either the sun or outside the solar system. Secondly it would be highly desirable to be able to generate and detect this radiation in a small laboratory.

Devices for detection of the radiation operate essentially by measuring the Fourier transform of the Riemann tensor. These will be discussed first. This will then be followed by proposals for generation of gravitational radiation which may give an increase of many orders over the gravitational radiation from a spinning rod.

DETECTION OF GRAVITATIONAL RADIATION

Suppose we have a system of masses which may interact with each other. We start with the action principle

$$\delta I=\delta\left[-cm\int ds+W\right]=0. \qquad (1)$$

In (1) m is the rest mass and W is the part of the action function associated with forces arising from the motion of the mass relative to other masses with which it interacts. The line element ds is given by

$$ds^2=g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu. \qquad (2)$$

For δW we assume a function given by

$$-c\delta W=\int F_\mu \delta x^\mu ds; \qquad (3)$$

(3) identifies F_μ as the four-force. The Euler-Lagrange

* Supported by the National Science Foundation.

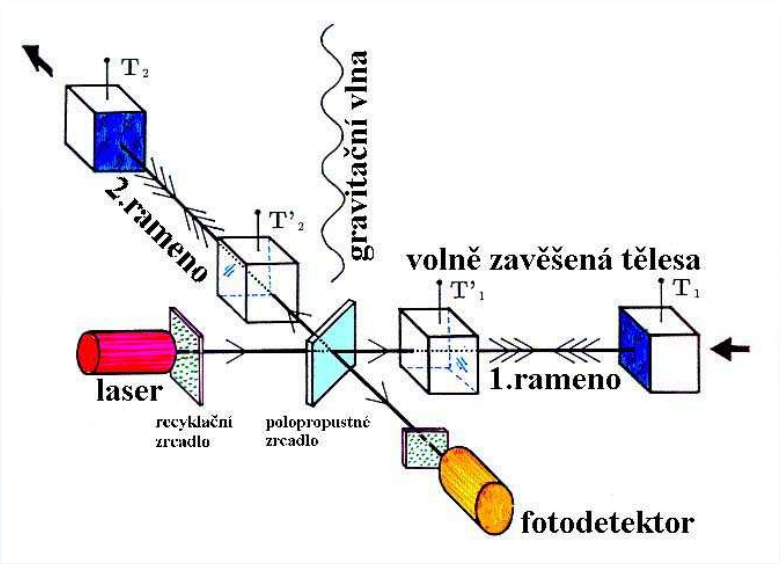
[1] A. Einstein, Sitzber. deut. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math. Physik u. Tech. (1916), p. 688; (1918), p. 154.

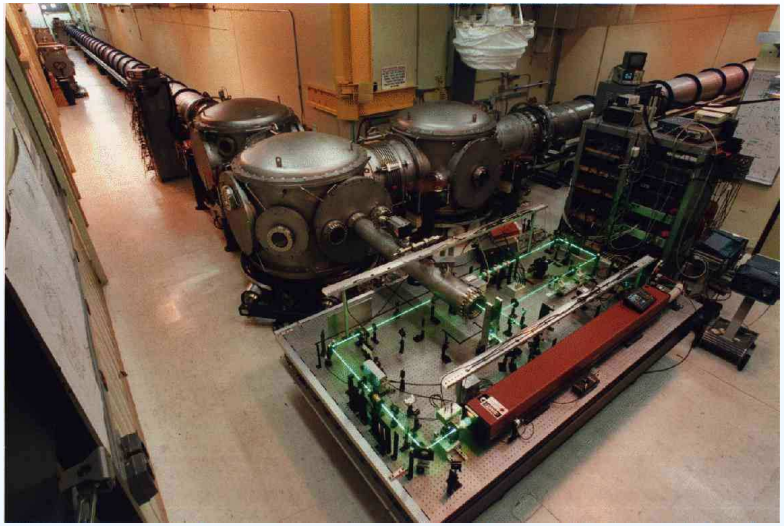
[2] A. S. Eddington, Proc. Roy. Soc. (London) A102, 268 (1923).

[3] A number of the results discussed here were given without proof in the author's Gravity Research Foundation Prize Essays, April 1958 and April 1959, and at the Royaumont Conference on the Relativistic Theories of Gravitation, Royaumont, France, June, 1959 (unpublished).

nevýhoda: naladěny jen na úzké rezonanční frekvence (kolem 900 Hz)

interferometrické detektory gravitačních vln





MARK 2 (Caltech, USA)

TAMA 300 (Tokyo, Japonsko)

GEO 600 (Hannover, Německo)

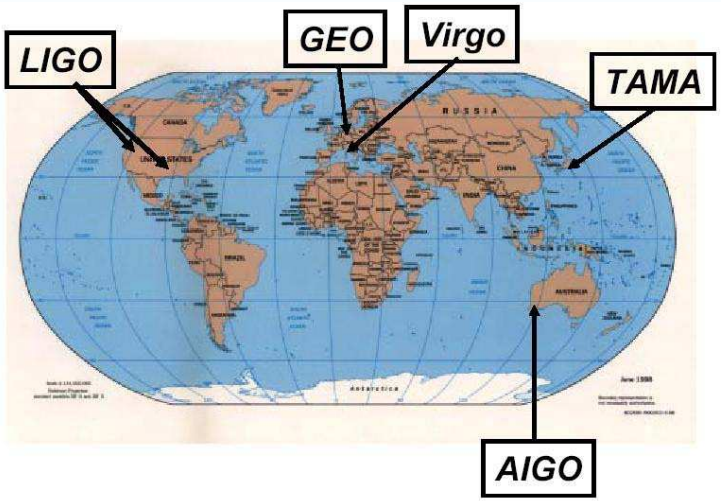
LIGO a Virgo

interferometry kilometrových rozměrů

LIGO (Hanford, USA)

Virgo (Pisa, Itálie)

celosvětová síť detektorů gravitačních vln

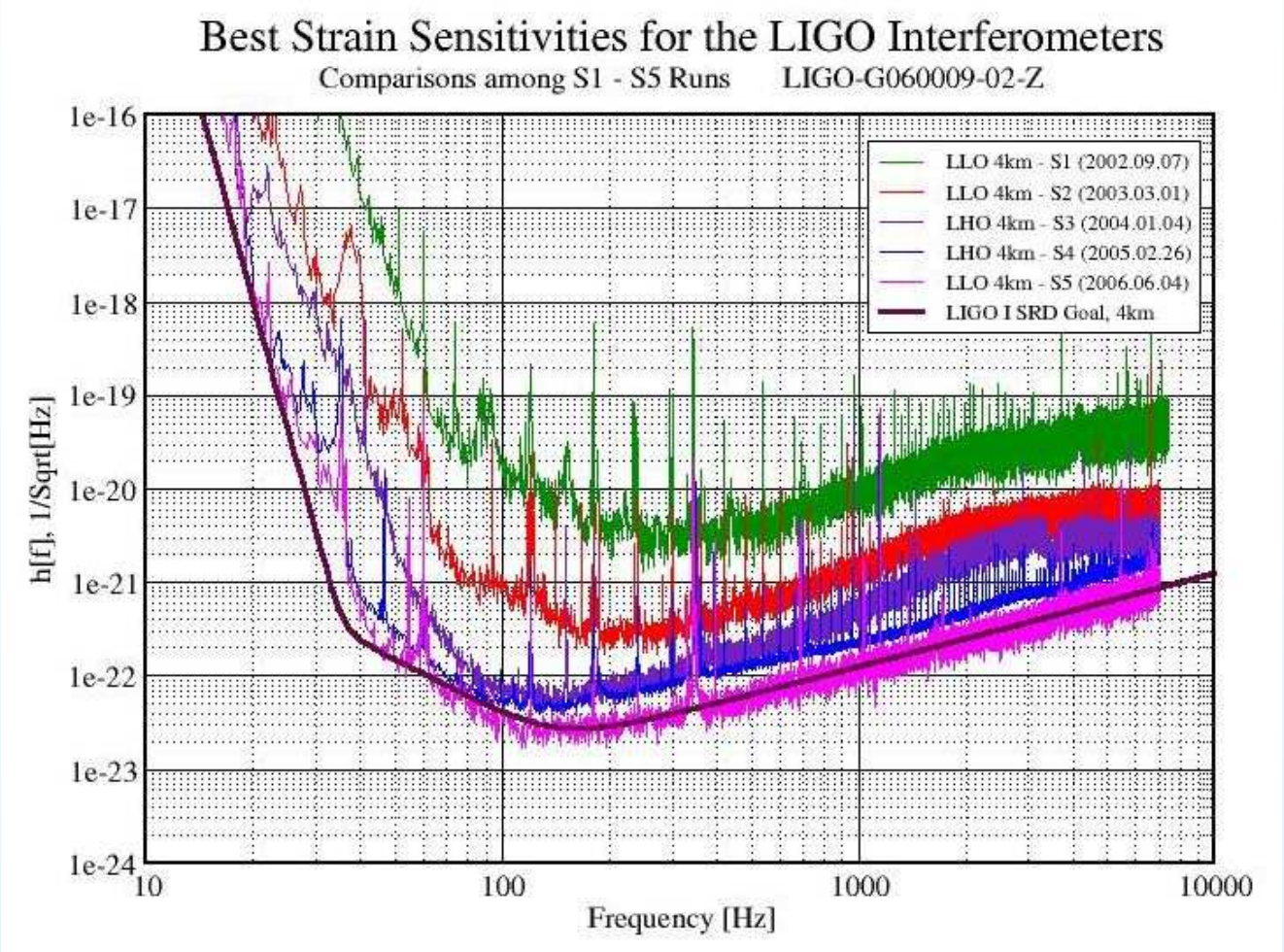


dvě observatoře LIGO

název	*umístění*	*země*	*rozměry*	*rok*	*adresa*
MARK 2	Pasadena	USA	40 m	1991	www.ligo.caltech.edu
TAMA 300	Tokyo	Japon.	300 m	1999	tamago.mtk.nao.ac.jp
GEO 600	Hannover	SRN GB	600 m	2000	www.geo600 .uni-hannover.de
LIGO	Hanford Livingston	USA	4 km	2001	www.ligo.caltech.edu
VIRGO	Pisa	Itálie Francie	3 km	2002	virgo4p.pg.infn.it/virgo
LISA	vesmír	ESA ~~NASA~~	5×10^6 km	2010 $>$ 2025?	lisa.jpl.nasa.gov

detekce gravitačních vln: příběh s otevřeným koncem

citlivost detektorů stále roste, již je lepší než 10^{-21} :



gravitační vlny přesto zatím detekovány nebyly ...

současný stav a výhledy

od r. 2002 uskutečnil LIGO, Virgo a další detektory 6 cyklů vědeckých měření S1-S6

poslední analyzované S5 (11/2005-9/2007) laser 10W, zrcadla 11 kg

↓ 2008: Enhanced LIGO 2x citlivější laser 35W

analyzuje se měření S6 (7/2009-10/2010)

↓ 2014: Advanced LIGO 8x citlivější laser 180W, zrcadla 40 kg

$h \sim 10^{-23}$

spolu s Advanced Virgo 165W, 42 kg

AdLIGO v Austrálii ?

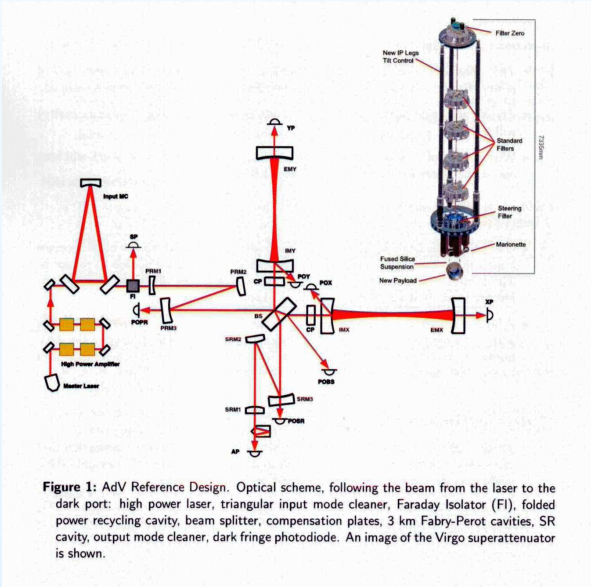


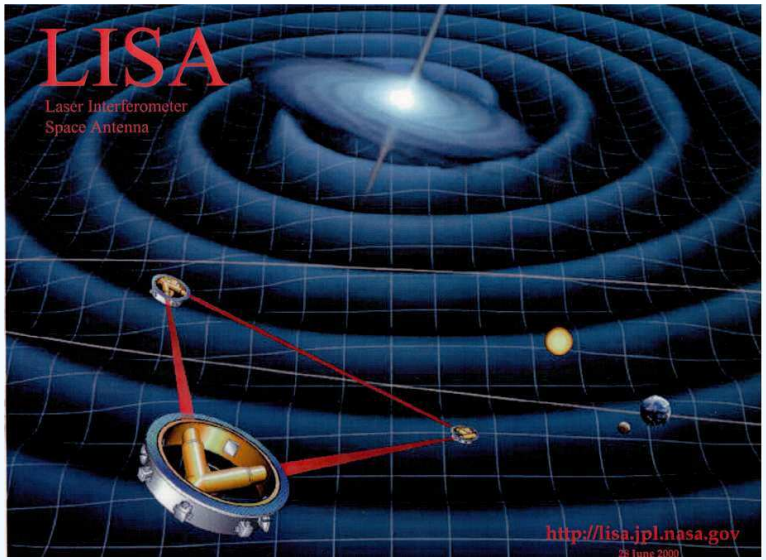
Figure 1: AdV Reference Design. Optical scheme, following the beam from the laser to the dark port: high power laser, triangular input mode cleaner, Faraday Isolator (FI), folded power recycling cavity, beam splitter, compensation plates, 3 km Fabry-Perot cavities, SR cavity, output mode cleaner, dark fringe photodiode. An image of the Virgo superattenuator is shown.

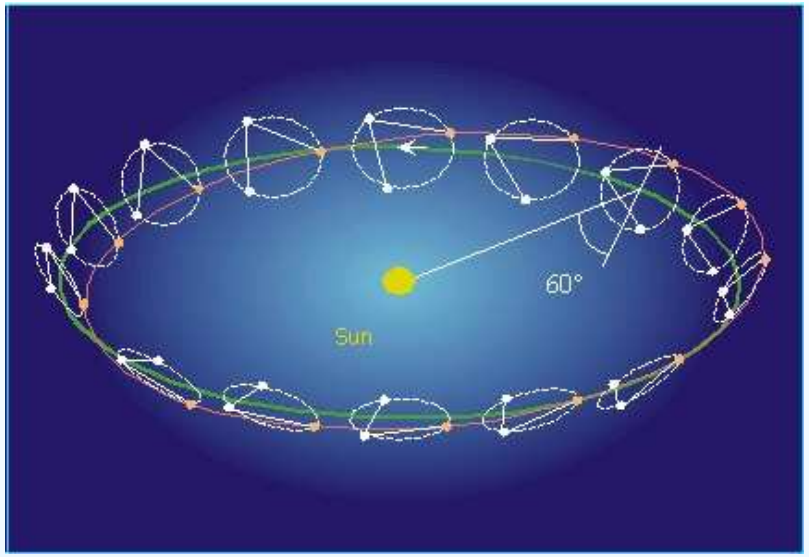
vize třetí generace detektorů:

kryogenní safírové interferometry pod zemí

- LCGT (Large-scale Cryogenic Gravitational-wave Telescope) Japonsko (Kamioka, 3 km)
- ET (Einstein gravitational-wave Telescope) Evropa

další naděje: LISA v kosmickém prostoru



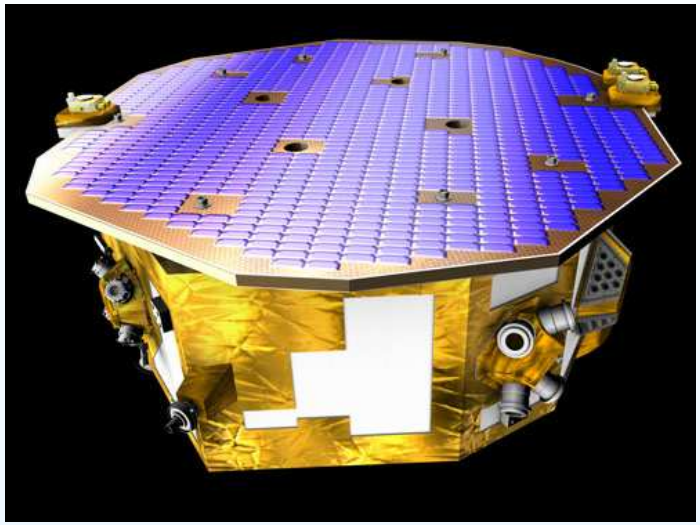


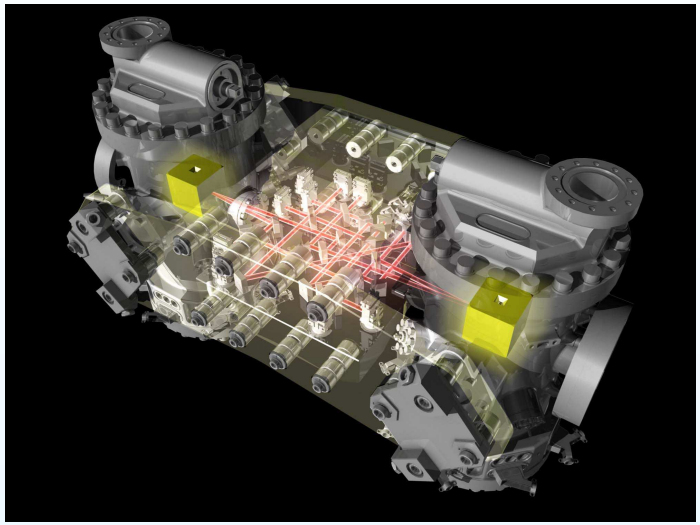
- obří interferometr ESA
- 3 družice
- ve vrcholech trojúhelníka
- strany 5 milionů km
- oběh kolem Slunce 1 AU
- za Zemí $20°$
- sklon $60°$

- bezsilová trajektorie
- testovací tělesa: krychle 46 mm $\frac{1}{4}$ Pt + $\frac{3}{4}$ Au, 2 kg
- korekční trysky o tahu μN (Cs)
- lasery 2 W
- Cassegrainovy teleskopy $\varnothing$ 40 cm
- frekvenční rozsah 0,1 mHz–0,1 Hz
- 1,5 miliardy eur
- rok 2025 ?

LISA Pathfinder

technologický průkopník ESA: Předvoj LISY





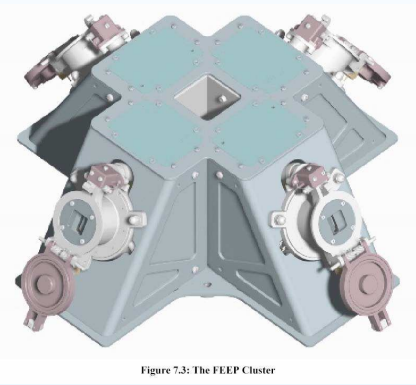
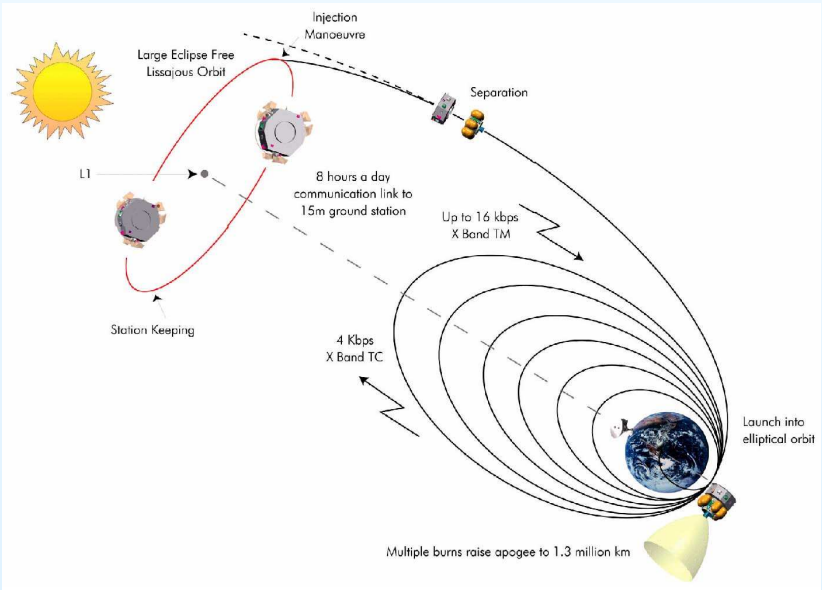


Figure 7.3: The FEEP Cluster



- okolí libračního bodu L1
- 1,5 mil km od Země
- Lissajousova orbita 500×800 tis km
- roční mise
- pikometrová přesnost
- start 2013 ?

držme palce ...

shrnutí

- **Einsteinova obecná teorie relativity zůstává i po sto letech výtečnou teorií gravitace, jež velmi dobře popisuje realitu**
- **stala se klíčovým nástrojem studia vesmíru**
- **přesto — a právě proto — je nutné ji neustále testovat**
- **velkou výzvu stále představuje její případné zobecnění, zejména konzistentní spojení s kvantovým mikrosvětem**

viz doc. Krtouš: ”Na hranicích Einsteinovy gravitace”, 8. 12. 2011