

Zápočtový problém č. 1

NOFY126 – Klasická elektrodynamika, LS 2021

termín odevzdání: 10. 5. 2021

Mějme rotačně symetrický protáhlý vodivý elipsoid E o hlavní poloosě a a vzdálenosti ohniska od středu l . Dále mějme vodivou kouli K o poloměru k , jejíž střed leží na ose elipsoidu E. Vzdálenost středů vodičů E a K je w . Tato vzdálenost je mnohem větší než ostatní rozměry systému, $w \gg k, a, l$.

Nechť kolem ohniska elipsoidu E bližšího k vodiči K je umístěna kulová dutina o poloměru h a v ní tenká vodivá sféra S o poloměru s se středem shodným se středem dutiny.

Konečně, uvnitř koule K je dutina ve tvaru oblého elipsoidu s vedlejší poloosou b a poloměrem ohniskové kružnice d . Osa elipsoidální dutiny je shodná s osou celého systému, střed dutiny je ve středu koule K. V této dutině je umístěn tenký vodivý disk D o poloměru d , který vyplňuje ohniskovou kružnici dutiny. Tj., disk je kolmý na osu dutiny se středem ve středu dutiny.

Celý systém je tak axiálně symetrický kolem společné osy.

Připomeňme, že vnitřní matice kapacity dává do vztahu náboje Q_k na vodičích v dutině a napětí V_k mezi vodiči a dutinou. Vnější matice kapacity je matice kapacity vodičů ignorující možné dutiny ve vodičích.

- 1) Spočítejte vlastní kapacitu C_K samotné koule K a vlastní kapacitu C_E samotného elipsoidu E .
- 2) Spočítejte vnitřní 1×1 -matici kapacity \bar{C}_S systému uvnitř kulové dutiny a vnitřní 1×1 -matici kapacity \bar{C}_D systému uvnitř elipsoidální dutiny.

Definujme efektivní rozměry $\hat{k}, \hat{l}, \hat{d}, \hat{s}$ vodičů K, E, D, S vztahy

$$C_K = 4\pi\epsilon_0\hat{k}, \quad C_E = 4\pi\epsilon_0\hat{l}, \quad \bar{C}_D = 4\pi\epsilon_0\hat{d}, \quad \bar{C}_S = 4\pi\epsilon_0\hat{s}.$$

Všechny další výsledky vyjadřujte v řeči těchto rozměrů a vzdálenosti w .

- 3) Nalezněte vnější 2×2 -matici kapacity \tilde{C} systému koule K a elipsoidu E v aproximaci vzdálených vodičů. Jako mezivýsledek vyjádřete i inverzní matici $\tilde{S} = \tilde{C}^{-1}$. Obě matice využívejte níže.
- 4) Spočítejte celkovou 4×4 -matici kapacity C systému všech vodičů K, E, D, S.
- 5) Jak se výsledky změní, umístíme-li kulovou dutinu kolem druhého ohniska elipsoidu E? Jak se výsledky změní, natočíme-li kouli K, včetně dutiny v ní, o 30° od osy systému?
- 6) Nechť vnější vodiče K a E jsou nenabitě a na vnitřní vodiče umístíme náboje $Q_D = +Q$ a $Q_S = -Q$. Určete potenciály na vodičích.
- 7) Nyní zkratujeme vnější vodiče K a E (tj. spojme je vodivým drátkem, jehož kapacitu a vliv na celkové pole lze zanedbat). Určete potenciály a náboje na vodičích.
- 8) Zkratování vnějších vodičů přerušíme a po té zkratujeme vnitřní dva vodiče, tj. spojme disk D a sféru S. Určete potenciály a náboje na vodičích.

Připomeňme, že kondenzátorem rozumíme dvojici vodičů, na kterých jsou náboje Q a $-Q$ a mezi kterými je napětí V . Kapacita kondenzátoru C je dána vztahem $Q = CV$.

- 9) Určete kapacitu C_{KE} kondenzátoru tvořeného vnějšími vodiči K a E.
- 10) Určete kapacitu C_{DS} kondenzátoru tvořeného vnitřními vodiči D a S.
(Samozřejmě, nadále předpokládáme přítomnost nenabitých vnějších vodičů.)

