

Úloha 2: Dvě částice se spinem 1/2.

Termín odevzdání: 30. října

Mějme dvě rozlišitelné částice se spinem 1/2 a uvažujme měřitelnou veličinu

$$\hat{A} = \frac{\omega}{\hbar}(\hat{S}_x^2 - \hat{S}_y^2),$$

kde \hat{S}_i je složka operátoru celkového spinu

$$\hat{S}_i = \hat{s}_i^{(1)} \otimes \hat{I} + \hat{I} \otimes \hat{s}_i^{(2)}$$

a $\hat{s}_i^{(1)}$ a $\hat{s}_i^{(2)}$ jsou složky spinového momentu hybnosti částice 1 a částice 2 dané pomocí Pauliho matic $\hat{s}_i = \hbar\sigma_i/2$.

1. Zjistěte jaké hodnoty můžeme nalézt měřením veličiny A (2 body).
2. Jaká je pravděpodobnost nalezení jednotlivých hodnot a jaký bude stav po měření, pokud před měřením byl systém připraven ve stavu $|\psi\rangle = |x+\rangle \otimes |x+\rangle$ (4 body).
3. Stejná otázka, ale pro systém v entanglovaném stavu $|\psi\rangle = |x+\rangle \otimes |x-\rangle - |x-\rangle \otimes |x+\rangle$ (4 body).

Poznámka: Vektor $|x+\rangle \otimes |x-\rangle$ odpovídá tomu, že částice 1 je připravená ve stavu s hodnotou projekce spinu na osu x rovnou $\hbar/2$ a částice 2 ve stavu s hodnotou projekce spinu na osu x rovnou $-\hbar/2$.