

Úloha 2: Kvantová trojtečka se spinem

Termín odevzdání: 8. listopadu

Uvažujte kvantovou trojtečku z předchozí úlohy, ale předpokládejte, že částice má navíc spin $1/2$, takže příslušný stavový prostor je $\mathcal{H} = \mathcal{H}_D \otimes \mathcal{H}_s$, kde \mathcal{H}_D je stavový prostor z předchozí úlohy a \mathcal{H}_s popisuje spinové stupně volnosti. K Hamiltoniánu z předchozí úlohy přidáme interakci spinu s magnetickou poruchou na teče $|2\rangle$:

$$\begin{aligned}\hat{H}' &= \hat{H} \otimes \hat{I} + \hat{V}, \\ \hat{V} &= \alpha |2\rangle\langle 2| \otimes \hat{s}_z,\end{aligned}$$

kde α je konstanta, \hat{H} je operátor z předchozí úlohy a $\hat{s}_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_z$ je operátor z-ové složky spinového momentu hybnosti. Částici vložíme do tečky $|1\rangle$ ve stavu s maximální x-ovou složkou spinu.

1. Napište vlnovou funkci tohoto stavu ve vhodné bázi.
2. Popište kompletně měření energie \hat{H}' pro částici připravenou v tomto stavu, tj. jaké hodnoty energie a s jakou pravděpodobností můžeme nalézt a jaký je pro každý z výsledků měření stav částice po provedení měření.

Úlohu řešte pro hodnotu konstanty $\alpha = 2\beta/\hbar$.

Nápověda: Dimenze stavového prostoru je 6. K řešení potřebujete diagonalizovat matici 6×6 , ale při vhodné volbě báze se matice rozpadne na menší bloky. Souvisí to se zachovávajícími se veličinami, tj. veličinami, které jsou kompatibilní s Hamiltoniánem a s příslušnými lematy, která jsme probírali na přednášce. Při vhodné volbě báze můžete dostat bloky 3×3 nebo dokonce 2×2 .