

# Úloha 5: Rozptyl na dvojité delta-bariéře.

Termín odevzdání: 9. ledna

Řešte rozptyl částice s hmotností  $m$  na potenciálu  $V(x) = \lambda [\delta(x - a) + \delta(x + a)]$  v jedné dimenzi ( $\lambda, a$  jsou kladné reálné konstanty). Doporučený postup:

1. Nalezněte vyjádření jednorozměrné retardované Greenovy funkce

$$\langle x | \hat{G}_0^{(+)}(E) | x' \rangle \equiv \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \langle x | (E + i\epsilon - \hat{H})^{-1} | x' \rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi\hbar} \frac{e^{\frac{i}{\hbar}p(x-x')}}{E + i\epsilon - p^2/2m}.$$

Integraci proveďte pomocí reziduové věty (4 body).

2. Napište v  $x$ -reprezentaci Lippmannovu-Schwingerovu rovnici

$$|\psi\rangle = |ps\rangle + \hat{G}_0^{(+)}(E)V|\psi\rangle,$$

kde  $\langle x | ps \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \exp(\frac{i}{\hbar}spx)$  je vlastní vektor operátoru hybnosti ( $p > 0$  je velikost a  $s = \pm 1$  směr hybnosti). Po napsání rovnice si uvědomte, že řešení už je plně určeno, pokud znáte  $\psi(x = a)$  a  $\psi(x = -a)$  a nalezněte tyto hodnoty (4 body).

3. Nalezněte pravděpodobnost odrazu  $R = |S_{-+}|^2$  a průchodu  $T = |S_{++}|^2$  částice potenciálovou dvoubariérou z elementů S-matice

$$S_{s's} = \delta_{s's} - 2\pi i \frac{m}{p} \langle ps' | V | \psi \rangle$$

(2 body).

*Tip:* Dost psaní si ušetříte, když si včas zavedete vhodné zkratky, např. pro komplexní číslo  $z = \exp(\frac{i}{\hbar}pa)$ , a tedy  $1/z = \exp(-\frac{i}{\hbar}pa)$  nebo pro vhodně přeskálovanou konstantu  $\lambda$ .