

## Cvičení 5: Druhé kvantování.

*Motivace:* Procvičit si popis systémů několika nerozlišitelných částic pomocí obsazovacích čísel a II. kvantování.

### Komutační relace pro operátory druhého kvantování

Nechť  $\hat{a}_n^\dagger$  je kreační operátor pro částici ve stavu číslo  $n$  v systému nerozlišitelných identických částic.

1. Najděte komutační relace  $[\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l, \hat{a}_n]$  a  $[\hat{a}_k^\dagger \hat{a}_l, \hat{a}_n^\dagger]$  pokud se jedná o bosony.
2. Totéž pro fermiony.
3. Nechť tento systém představuje neinteragující částice a Hamiltonián je  $\hat{H} = \sum_k \epsilon_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k$ . Najděte Heisenbergovu pohybovou rovnici pro operátory  $\hat{a}_k^{\dagger(H)}(t)$  a  $\hat{a}_k^{(H)}(t)$ .
4. Najděte řešení těchto pohybových rovnic.
5. Nechť  $|\{N_i\}\rangle$  je báze vektor ve Fockově prostoru s ostrými hodnotami obsazovacích čísel  $N_i$ . Vypočtěte maticové elementy  $\langle \{N_i\} | \hat{a}_k \hat{a}_n^\dagger | \{N_i\} \rangle$  a  $\langle \{N_i\} | \hat{a}_k \hat{a}_l \hat{a}_m^\dagger \hat{a}_n^\dagger | \{N_i\} \rangle$ . Liší se výsledek pro bosony a pro fermiony?