Úloha 1: Spřažené harmonické oscilátory

Termín odevzdání: 15.března

Uvažujte systém složený ze dvou identických nezávisle kmitajících harmonických oscilátorů s Hamiltoniánem

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}_1^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}_1^2 + \frac{\hat{p}_2^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}_2^2, \tag{1}$$

kde x_1 a x_2 jsou souřadnice a p_1, p_2 příslušné hybnosti oscilátorů. Započtěte interakci mezi těmito dvěma oscilátory ve tvaru

$$\hat{H}_1 = \frac{1}{2}m\omega^2\lambda(x_1 - x_2)^2. \tag{2}$$

Úlohu řešte v následujících krocích:

1. Najděte energie a příslušné vlastní vektory pro první dvě energetické hladiny pro neporušený Hamiltonián $\hat{H}_0$ (2body).

2. Najděte korekce energií do prvního řádu po započtení poruchy a správné vlnové funkce nultého řádu pro stavy odpovídající prvním dvěma hladinám (6bodů).

3. Transformujte přesný Hamiltonián $\hat{H}_0 + \hat{H}_1$ do nových souřadnic $y = x_1 + x_2$, $z = x_1 - x_2$ a najděte tak jeho přesné spektrum. Nezapomeňte na transformaci operátorů hybnosti. Ověřte na přesném výsledku správnost poruchového výpočtu (2body).