

4 Stacionární děje. Elektrický proud – HRW 26, 27 (27, 28) 2015–11–16

4.1 Stacionární děje

Připomeňme z kap. 1.4.8, že za stacionární označujeme takové jevy či děje, kdy se stav s časem nemění, ale kdy – na rozdíl od statických jevů – existují **proudy**, tedy toky vhodné substance. Zde budeme zkoumat v čase stálý pohyb elektrického náboje (stacionární proud).

4.2 Elektrický proud – HRW 26-2, 3 (27.2, 3)

Pro náboj Q rozložený v prostoru s hustotou $\rho(\vec{r}')$ a pohybující se rychlostí $\vec{v}(\vec{r}')$ zavedeme novou fyzikální veličinu – **objemovou**¹⁸ **hustotu elektrického proudu** $\vec{J}(\vec{r}')$:

$$\vec{J} = \rho \vec{v} \quad , \quad (148)$$

Je to fyzikální pole v širším smyslu, analogické poli hustoty toku hmotnosti $\rho_m \vec{v}$, kde ρ_m je hustota hmotnosti, známé z mechaniky kontinua. Tato analogie je velmi názorná a jistě i nám prospěje.

Příbuzný pojem je **plošná hustota elektrického proudu** $\vec{J}_\Sigma(\vec{r}')$

$$\vec{J}_\Sigma = \eta \vec{v} \quad (149)$$

v situaci, kdy elektrický náboj teče rychlostí $\vec{v}(\vec{r}')$ nikoli celým objemem tělesa, ale pouze po jeho povrchu, a to s plošnou hustotou náboje $\vec{\eta}(\vec{r}')$. Plošným proudem nahrazujeme permanentní magnetismus (např. magnetické pole permanentního válcového magnetu je shodné s polem plošného proudu tekoucího po plášti válce kolem jeho rotační osy).

Celkový **elektrický proud** I tekoucí plochou Σ (např. příčným průřezem vodiče) získáme pak při zadané orientaci („vnější normála“ $\vec{d\Sigma}$) integrací

$$I = \int_{\Sigma} \vec{J} \cdot \vec{d\Sigma} \quad . \quad (150)$$

Může být kladný, záporný či nulový.

Podobně celkový **plošný elektrický proud** I tekoucí přes křivku Γ (např. přes úsečku spojující dolní a horní základnu válcového magnetu) získáme při zadané orientaci vnější normály $\vec{d\Gamma}$ integrací

$$I = \int_{\Gamma} \vec{J}_\Sigma \cdot \vec{d\Gamma} \quad . \quad (151)$$

Může také být kladný, záporný či nulový.

Představíme-li si infinitezimální proudovou trubici o průřezu $d\Sigma = dx dy$, pak $\vec{d\Sigma} = \vec{dx} \times \vec{dy}$ je rovnoběžné s \vec{dz} a můžeme upravit

$$I = \vec{J} \cdot \vec{d\Sigma} = \rho \vec{v} \cdot \vec{d\Sigma} = \rho \frac{d\vec{z}}{dt} \cdot \vec{dx} \times \vec{dy} = \rho \frac{dV}{dt} = \frac{dq}{dt} \quad , \quad (152)$$

takže

$$I = \frac{dq}{dt} \quad . \quad (153)$$

Jednotkou elektrického proudu je jeden **ampér**, A (André-Marie Ampère, 1775-1836, franc. fyzik). Je jednou ze sedmi základních jednotek SI (Système International, Mezinárodní soustava fyzikálních jednotek) při ISQ (International System of Quantities, Mezinárodní soustava veličin).

Směr proudu byl zvolen konvenčně takový, v jakém by se pohybovaly *kladné* náboje.

Bohužel, většinou jsou nosičem proudu záporné elektrony, a ty se tedy pohybují ve směru opačném, než ve kterém konvenčně teče proud. V praxi to ale nijak nevádí.

¹⁸Přívlastek *objemová* se obvykle vynechává, pokud se nevyskytne současně *plošná* hustota zavedená zde dále.

4.3 Rovnice kontinuity

Rovnici kontinuity odvodíme pro elektrický proud přesně stejně, jako jsme ji odvozovali v mechanice kontinua. Tam byla diferenciálním vyjádřením zákona zachování hmotnosti $dm = \rho_m dV$ při hustotě hmotnosti ρ_m , zde je diferenciálním vyjádřením zákona zachování elektrického náboje $dq = \rho dV$ při hustotě elektrického náboje ρ .

$$\operatorname{div} \vec{J} + \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (\text{rovnice kontinuity elektrického proudu}) \quad (154)$$

4.4 Elektrický proud mikroskopicky – HRW 26-2, 3 (27.2, 3)

Přenos náboje q v *látkovém* prostředí je vždy doprovázen přenosem příslušného nosiče náboje - elektronu, iontu apod. (Může být i poněkud abstraktní: v polovodiči **díra** = chybějící elektron, ale i to je ovšem pohyb okolních elektronů coby nosičů náboje.) Interakce nosičů náboje s okolím (s krystalickou mřížkou, s okolním plynem – supravodiči se zde nezabýváme) však způsobuje, že nosič předává část své hybnosti i energie tomuto okolí, a proto pro udržení stálého elektrického proudu je nutno neustále dodávat energii. (Ta se předává okolí, které se vedením proudu zahřívá **Joulovým teplem**.) Máme tedy analogii např. volného pádu v odporujícím prostředí, kdy stálá působící síla vede *nikoli* ke zrychlenému pohybu, ale k pohybu s konstantní rychlostí (v mechanice jsme ji nazývali mezní rychlost). Větší síla tedy způsobí větší výslednou rychlost, nikoli zrychlení.

Toto vše se vlastně rozumí v ustáleném stavu; k němu dojde v případě vedení elektrického proudu nesmírně rychle. Máme před očima to, co viděl Aristoteles; my si však uvědomujeme i sílu tření, kterou on nezapočítával.

Za elektrický proud pokládáme tedy *vystředovanou* hodnotu součinu náboje a jeho rychlosti. K tomu dvě poznámky:

- Mikroskopická rychlost může být velmi vysoká, ale její směr se velmi rychle mění; vystředované hodnotě tedy zdaleka nepřispěje tolik, jak by se mohlo zdát;
- Elektrický náboj může být kladný i záporný. Přenos neutrální hmoty tedy představuje přenos obojího náboje, což se ve výsledku vyruší.

Hezký model k popisu tohoto středování skýtá hejno velmi rychlých komárů téměř stojící na místě, které mírný vánek jen pozvolna posouvá. Rychlost tohoto posuvu se nazývá driftová rychlost neboli **drift**. Za obvyklých podmínek, např. v měděném vodiči domovní instalace, je driftová rychlost cca 10^{-5} m/s. Naproti tomu je individuální rychlost chaoticky se pohybujících elektronů cca 10^6 m/s, tedy o 11 řádů větší. Rychlost přenosu informace, tedy „za jak dlouho se po zapojení vypínače dozví druhý konec drátu, že je pod proudem“, je přitom řádově rychlost světla, tedy o další 2 řády větší.

Připomeňme si zahravní hadici plnou vody, kterou pomalu – v milimetrech za sekundu – teče (ukapává) voda. Zarazíme-li však náhle přívod, skončí téměř současně ukapávání. Krátká doba je dána jednak vysokou rychlostí zvuku ve vodě (obdoba světelné rychlosti šíření pole), jednak tuhostí gumové hadice (obdoba indukčnosti vodiče).

V dalším se budeme zabývat situacemi, kdy vodiče elektrického proudu jsou dráty a podobné struktury, v nichž je v podstatě možný přenos náboje jen v jediném směru (neorientovaném, tedy tam i zpátky, ale nemá smyslu třeba směr kolmý k drátu).

4.5 Odpor, rezistivita, konduktivita (vodivost) – HRW 26-4, 5 (27.4, 5)

Každý materiál více (měď) nebo méně (sklo) ochotně nechává sebou procházet nosiče náboje - vlastní nebo zvnějšku dodávané. Tato vlastnost se nazývá **rezistivita** ρ (též **měrný elektrický odpor**):

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (\text{definice rezistivity } \rho) \quad (155)$$

kde E je velikost elektrické intenzity a J je velikost proudové hustoty způsobené přiloženým polem. Rezistivita má jednotku $[\rho] = \frac{V/m}{A/m^2} = \Omega \cdot m$, tedy ohm metr. Obrovský rozsah hodnot ρ (pro měď $1,8 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$, pro polystyren $> 10^{16} \Omega \cdot m$) je dán exponenciální závislostí a vysvětluje ho kvantová mechanika. Pro elektricky izotropní materiály platí

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (\text{Ohmův zákon v diferenciálním tvaru}) \quad (156)$$

V anizotropních materiálech je rezistivita tenzorem: $E_k = \rho_{kl} J_l$. Ohmův zákon v diferenciálním tvaru (tedy pro homogenní materiály, nikoli součástky!) platí prakticky bez výjimky, i pro polovodiče. Jeho hlavním fyzikálním obsahem je však ani ne tak linearita, jako to, že ρ je vlastností materiálu, nikoli jev způsobený polem v materiálu. (Jakožto vlastnost materiálu závisí na teplotě; u vodičů obecně s teplotou roste, u polovodičů a nevodivých s teplotou klesá.)

Převrácenou hodnotou rezistivity je **konduktivita** σ (měrná vodivost):

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad \left(= \frac{J}{E} \right) \quad (\text{definice konduktivity } \sigma) \quad (157)$$

4.6 Ohmův zákon – HRW 26-5 (27.5)

Rezistor (dříve **odpor**) je elektrický prvek, tedy objekt; má vlastnost zvanou **rezistance** R (dříve také zvanou odpor), což je fyzikální veličina. Určíme ji poměrem napětí U přiloženého na rezistor a proudem I tekoucího tímto odporem. Rezistance je vlastností rezistoru, nikoli procházejícího proudu či přiloženého napětí, i když v některých případech na nich může záviset (nelineární rezistor). Obvykle však platí **Ohmův zákon**, podle něhož (v integrálním tvaru):

$$R = \frac{U}{I} \quad (\text{definice } R) \quad (158)$$

Součástky vytvořené z polovodičů (diody, obecně prvky s PN přechody) se jako celek integrálním zákonem rov. (158) neřídí; jsou to **nelineární** prvky.

4.7 Joulův zákon, výkon – HRW 26-7 (27.7)

Energie předaná od nosičů náboje do okolní látky se zpravidla projeví jako zahřátí látky, tj. víceméně chaotické rozkmitání krystalové mřížky nebo zvýšení rychlosti částic plynu či plazmy; takto dodaná energie se nazývá **Joulovo teplo** (James Prescott Joule [džúl], 1818-1889, angl. fyzik). Elektrickou energii dodávanou nosičům spočteme snadno:

$$dE_{\text{el}} = dQU = IdtU = IUdt \quad (159)$$

čímž je dán výkon P spotřebovaný vodičem, kterým pod vlivem napětí U protéká proud I :

$$P = U I \quad (160)$$

Ověřte si, že rozměr odpovídá: jednotkou výkonu je watt, W:

$$1 \text{ V} \cdot \text{A} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} \cdot \frac{\text{C}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ W} \quad (161)$$

Pro výkon disipovaný *rezistorem* („rozptýlený“, „ztracený“ na rezistoru) tedy platí

$$P = U I = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (162)$$

což se někdy nazývá **Joulův zákon**.

4.8 Polovodiče, supravodiče – HRW 26-8, 9 (27.8, 9)

Chování obou typů materiálů lze vysvětlit jen kvantově.

Polovodiče jsou vlastně izolátory (tj. mezi posledním plně obsazeným pásem a prázdným vodivostním pásem mají mezeru – např. Si^{IV} , Ge^{IV} či Ga^{III} As^{V} apod.), ta je však narušena příměsmi typu N (P^{V} , As^{V}) či typu P (B^{III}). Příměsí vytvoří v zakázaném páseu prázdnou hladinu blízko nad obsazeným pásem (P) nebo obsazenou hladinu blízko pod prázdným vodivostním pásem (N). Přeskokem elektronu pak buď zbyde díra v obsazeném páseu (děrová vodivost P) nebo volný elektron ve vodivostním páseu (elektronová vodivost N).

Supravodič umožňuje elektronům pohyb mřížkou tak, že jejich interakce s mřížkou je pružná (pohybová energie elektronů se na mřížku při srážce převádí zcela vratně). Jde nejen o nulovou rezistivitu, ale při přechodu do supravodivého stavu se také ze supravodiče vytlačí magnetické indukce, takže v něm je $B = 0$. První byly objeveny supravodiče nízkoteplotní zvané též měkké (1911, Heike Kamerlingh Onnes, rtuť pod 4,2 K, poté olovo a další kovy, za obvyklých teplot poměrně špatně vodivé), nově i vysokoteplotní (1986, Karl Alexander Müller a Johannes Georg Bednorz, ve sloučenině La-Ba-Cu-O, tedy normálně nevodivá keramika, pod 13 K supravodič; 1986, Chu Ching-wu, Y-Ba-Cu-O, nad 90 K). Jde o keramické materiály s teplotou přechodu nyní až 100 K, tzn. k supravodivosti stačí ochlazení kapalným vzduchem). Při výkladu se předpokládá, že se dva elektrony (fermiony) udržují spolu a pohybují v páru, a tato dvojice se proto chová jako boson.

4.9 Lineární obvody – HRW 27-1 až 8 (28)

Každý elektrický prvek má dva nebo více uzlů. Elektrickou síť vytvoříme tím, že tyto uzly spolu spojíme. Značky součástí se časem vyvíjely, dnes jsou sjednoceny normami [8].

Základní „stavební elementy“:

- **vodič** (týž potenciál U na celém vodiči; týž proud I kdekoli vodičem). Spojuje 2 uzly;
- **rezistor** (charakteristika: R ; pro proud I a napětí U platí $U = RI$). Spojuje 2 uzly;
- **zdroj** napětí. Ideální: emf \mathcal{E} . Aproximace reálného zdroje: ideální a s ním v sérii vnitřní odpor R_{int} . **Svorkové napětí** zdroje při odběru proudu I je pak $U = \mathcal{E} - R_{\text{int}}I$;

a dále **uzel**, v němž se stýkají vodiče, rezistory a zdroje;

- **smyčka** je uzavřená křivka tvořená obecně vodiči, rezistory i zdroji, navzájem oddělenými uzly.

Další prvky – zdroje proudu (i neideální zdroje, s paralelním odporem), kondenzátory, indukčnosti, indukčnosti spojené vlastním magnetickým polem, transformátory atd. uvedeme až při výkladu kvazistacionárního pole (kap. 6).

4.9.1 Jednoduchá zapojení a jejich převody

Sériové zapojení za sebou, společný proud. $R = \sum R_i$; $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$

Paralelní zapojení vedle sebe, společné napětí. $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$; $C = \sum C_i$.

Trojúhelník na hvězdu: $R_a = (R_{ab}R_{ac})/(R_{ab} + R_{ac} + R_{bc})$;

Hvězda na trojúhelník: $R_{ab} = (R_aR_b + R_aR_c + R_bR_c)/R_c$

Hvězdu s libovolným počtem n ramen lze převést na n -úhelník, naopak však ne. Tyto návody stačí na rozbor veliké části běžných zapojení, nikoli však na všechna. Obecnými zákony a pravidly pro všechny případy jsou Kirchhoffovy zákony.

Théveninův teorém a Nortonův teorém tvrdí toto:

*Z hlediska jediné větve jakkoli složité lineární sítě zdrojů napětí, proudů a rezistorů lze celý zbytek sítě nahradit jediným neideálním zdrojem napětí (tj. ideálním a sériovým rezistorem, **Thévenin**) nebo neideálním zdrojem proudu (tj. ideálním a paralelním rezistorem, **Norton**).*

4.9.2 Kirchhoffovy zákony

Zákon uzlů (1. Kirchhoffův zákon): Algebraický součet všech proudů protékajících uzlem je roven nule: $\sum I_k = 0$

Zákon smyček (2. Kirchhoffův zákon): Algebraický součet všech napětí v uzavřené smyčce je roven nule: $\sum U_k = 0$

Výklad: Zákon uzlů plyne ze zákona zachování celkového náboje přicházejícího elektrickým proudem do uzlu během pevné doby. Zákon smyček lze nahlédnout analogií „potenciál v uzlu“ \sim „nadmořská výška uzlu“.

Řešení sítě zákonem smyček vede obecně na soustavu lineárních rovnic: 1 smyčka = 1 rovnice. Je potřeba ale zvolit nezávislé rovnice:

1. Vybereme jednu **kostru grafu**, tj. největší strom (acyklický graf, graf neobsahující uzavřené smyčky).
2. Každá doplněná větev uzavře nějakou smyčku; ta poskytne podle zákona smyček jednu rovnici.
3. Takto získané rovnice jsou navzájem nezávislé.

Měřicí přístroje:

Měřič proudu (ampérmetr) se řadí v sérii s měřeným proudem. Má mít co nejmenší rezistanci, aby způsobil co nejmenší úbytek napětí.

Měřič napětí (voltmetr) se řadí paralelně s měřeným napětím. Má mít co největší rezistanci, aby jím protékal co nejmenší proud a nezatěžoval tak měřený zdroj napětí.