6 Kvazistacionární elektromagnetické pole

Kvazistacionární pole je „předposledním“ zobecněním: popisuje elektromagnetické děje, ale stále se všechny změny pole odehrávají synchronně se změnami jeho zdrojů – tedy formálně, jako by se světlo (coby změna v elmg. poli) šířilo nekonečně rychle.

6.1 Zákon elektromagnetické indukce – HRW 30-3

Mění-li se magnetické pole $\vec{B}$ v čase, vytváří tím prostorovou změnu elektrického pole $\vec{E}$.

Vyjádřeno kvantitativně:

$$\overrightarrow{\mathbf{rot}}\,\vec{E} + \partial_t \vec{B} = \vec{0} \tag{193}$$

Časová změna magnetické intenzity tedy vyvolá prostorovou změnu elektrické intenzity. (Připomeňme, že doposud, v kvazistatickém poli, bylo $\overrightarrow{\mathbf{rot}}\,\vec{E} = \vec{0}$.)

Je-li v uvažovaném místě vodič, pak podle Ohmova zákona v něm elektrická intenzita vyvolá elektrický proud s hustotou $\vec{J} = \sigma\vec{E}$.

Pokud vodič tvoří smyčku[21] Γ s rezistancí R, pak časová změna celkového **magnetického toku** Ψ procházejícího smyčkou Γ vyvolá ve smyčce indukované elektromotorické napětí $\mathcal{E} = \oint_\Gamma \overrightarrow{\mathbf{rot}}\,\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r}$ a proud I tekoucí touto smyčkou bude podle Ohmova zákona roven $I = \mathcal{E}/R$, kde

$$\mathcal{E} = \oint_\Gamma \overrightarrow{\mathbf{rot}}\,\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t} \quad . \tag{194}$$

Jednotkou magnetického toku je weber; $[\Psi] = \mathrm{Wb} = \mathrm{J/A} = \mathrm{V\cdot s}$.

6.2 Vlastní a vzájemná indukčnost vodičů

Zajímavá a prakticky i teoreticky významná situace nastane, když magnetické pole (a tedy i jeho změny) je vyvoláno vodivou smyčkou Γ_1, případně když ještě změnu touto smyčkou vyvolaného magnetického toku měříme druhou smyčkou Γ_2.

Uvažujme nejprve smyčku Γ tvořenou vodičem protékaným elektrickým proudem $I(t)$, a to ve vakuu. Tato smyčka vytváří magnetické pole $\vec{B}(\vec{r},t)$, které lineárně závisí na proudu I. Zřejmě je tedy na proudu I lineárně závislý magnetický tok $\Psi = \int_\mathrm{A} \vec{B}\cdot \mathrm{d}A$ smyčkou, kde A značí úsek 2D plochy mající Γ za hranici, a lze psát

$$\Psi = LI \quad , \tag{195}$$

kde veličina L zvaná **vlastní indukčnost smyčky** závisí jen na geometrickém tvaru smyčky Γ. Přítomnost *lineárního* látkového prostředí (např. paramagnetika či diamagnetika) změní hodnotu L, neovlivní ale funkční závislost – linearitu; rov. (195) platí nadále, jen jinou hodnotou L'.

Pojem vlastní indučnosti lze zobecnit na libovolný vodič či jeho úsek (nemusí být ani uzavřený), pokud uvažujeme celkový magnetický tok Ψ tímto úsekem vytvořený. Uvažujeme-li soustavu N smyček $\Gamma_i, i = 1\dots N$ protékaných proudy i_i, bude vždy celkový magnetický tok Ψ_i procházející i-tou smyčkou lineárně záviset na proudech ve *všech* smyčkách a lze psát

$$\Psi_i = \sum_k L_{ik} I_k \quad , \tag{196}$$

kde veličiny L_{ik} opět závisejí jen na geometrickém tvaru všech smyček Γ_k a jejich vzájemné poloze, nikoli na protékajících proudech. A opět, přítomnost *lineárního* látkového prostředí změní hodnoty L_{ik}, neovlivní však funkční závislost – linearitu rovnic rov. (196). Koeficient L_{ik} se stejnými indexy

[21] Připomeňme, že smyčkou bude vždy topologická kružnice, tedy uzavřená křivka, kterou lze „stáhnout do bodu“. Předpokládáme dále, že 2D oblast Σ, která má smyčku coby hranici, je orientovatelná, tj. „dvoustranná“, nikoli typu Möbiova listu či Kleinovy láhve. Cívku jako část smyčky zpravidla aproximujeme více samostatnými uzavřenými závity; plocha Σ by jinak byla značně nenázorná.

$i = k$ představuje zřejmě dříve zavedenou vlastní indukčnost i=té smyčky; koeficienty pro $i \neq k$ se nazývají **vzájemnými indukčnostmi** soustavy smyček.

Uvažujeme-li nyní situaci, kdy se mění s časem proud $I_k(t)$ tekoucí k-tou smyčkou, nemění se však geometrická konstelace, bude každá změna proudu vyvolávat ve smyčce indukované elektromotorické napětí $\mathcal{E}$:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Psi_i}{\mathrm{d}t} = -\sum_k L_{ik}\frac{\mathrm{d}I_k}{\mathrm{d}t} \tag{197}$$

Jednotkou vlastní i vzájemné indukčnosti je henry: $[L_k] = [L_{ik}] = \mathrm{H} = \mathrm{Wb/A} = \mathrm{V\cdot s/A}$.

6.3 Obvody RLC – HRW 27-9 (28.8)

U stacionárního pole jsme probrali obvody a sítě tvořené rezistory a zmínili jsme se o paralelním a sériovém zapojení kondenzátorů. Jako další prvky sítí přibereme nyní kondenzátory (charakterizované kapacitou C) a cívky (charakterizované indukčností L).

Opět budeme vycházet z Kirchhoffova zákona smyček; okamžité napětí U_X na prvku X a okamžitý proud I jím tekoucí budou spojeny vztahy

- $U_R = RI$ pro rezistor s odporem R
- $U_L = L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ pro cívku s indukčností L
- $I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}U_C}{\mathrm{d}t}$ pro kondenzátor s kapacitou C.

Lze snadno nahlédnout, že lineárními kombinacemi uvedených prvků v obecné síti dostaneme Obvodem složeným ze sériově zapojeného zdroje ($\mathcal{E}$), rezistoru (R) a kondenzátoru (C) protéká proud I a nabíjí kondenzátor, na němž je napětí U a náboj Q:

$$-\mathcal{E} + IR + \frac{Q}{C} = -\mathcal{E} + R\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} + \frac{Q}{C} = 0 \tag{198}$$

s řešením

$$Q = C\mathcal{E}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}) \tag{199}$$

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathcal{E}}{R}\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} \tag{200}$$

$$U = \frac{Q}{C} = \mathcal{E}(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}}) \tag{201}$$

Veličina $\tau = RC$ se nazývá **časová konstanta**, lépe **časový parametr**.

Pro vybíjení kondenzátoru je $\mathcal{E}$= 0 a rovnice $IR + Q/C = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}R + Q/C = 0$ má řešení

$$Q = Q_0\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} \tag{202}$$

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = -\frac{Q_0}{RC}\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} \tag{203}$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q_0}{C}\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{RC}} \tag{204}$$

6.4 XXX Energie magnetického pole

....