

# Úvodní seznámení s matematickými programy Mathcad 14

## Základní používání programu

Mathcad standardně provádí výpočty automaticky. Pokud automatické výpočty chcete vypnout odklikněte v nabídce Tools/Calculate/Automatic Calculation.

Vložení šipky (CTRL + .) na konec výrazu provede symbolický výpočet.

Výpočet se přeruší klávesou ESC.

Výpočty jsou prováděny v pořadí v jakém jsou v daném listu.

Většina zadávaných výrazů se zadává pomocí naklikavacích nabídek, případně se dají zadávat pomocí klávesnice (např.  $\sin(x)$ ), složitější (např. integrál, suma) pomocí klávesových zkratk (kterých je opravdu mnoho).

Naklikávací nabídky se dají zobrazit v paletě math



případně pomocí View/Toolbars.

Veškeré zadané výrazy jsou reprezentovány pohyblivými boxy, které lze po označení libovolně přesouvat v rámci pracovního listu.

Při psaní se pro označování větší části výrazu používá mezerník.

Pokud proměnné přiřadíme jinou proměnnou, která není definována, odstraní se její

číselné hodnoty. Výrazem  $x:=x$ , se proměnná  $x$ , "odpřihadí" pro symbolické výpočty

Pokud kliknete na danou funkci a stiknete klávesu F1, zobrazí se k dané funkci nápověda.

Pro práci s programem doporučuji používat anglickou klávesnici, jelikož se snadněji zadávají např. složené závorky ( $\{\}$ ), mocniny ( $^$ ) apod..

Pozor! Indexované pole jsou standardně číslovány od 0.

Má-li program nějaké speciální funkce vůči ostatním je za příslušným názvem odstavce "(navíc)".

## Základní operace

### Základní početní operace

$$1 + 2 \rightarrow 3$$

$$2^5 - 10 \cdot 3 \rightarrow 2$$

$$\frac{2}{5 + 3} \rightarrow \frac{1}{4}$$

### Číselný výpočet

U definovaných funkcí a zlomků se výrazy automaticky nepřevádějí na číselnou hodnotu (z důvodu přesnosti). Jednoduše stisknutím = dostaneme číselnou hodnotu. Pokud chcete danou hodnotu čísla s určitou přesností zvolte v nabídce Format položku Result. Pokud ale je nějaké z čísla je desetiné, dostaneme použitím šipky číselnou hodnotu, ne zlomek.

$$\sin(3) \rightarrow \sin(3)$$

$$\sin(3) = 0.141$$

$$\sin(3) = 0.14112000806$$

$$\sin(3.0) \rightarrow 0.1411200080598672221$$

### Matematické konstanty

Matematické konstanty se dají nejsnadněji nakliknout pomocí příslušné palety, případně pomocí klávesnice, přičemž e se píše normálně, komplexní jednotku i je ale nutné napsat jako 1\*i (jinak program považuje i jako proměnnou),  $\pi$  se vloží za pomoci klávesové zkratky CTRL + SHIFT + p a  $\infty$  se vloží za pomoci klávesové zkratky CTRL + SHIFT + z.

$$\pi$$

$$e$$

$$i$$

$$\infty$$

### Definování proměnné

Pro definování proměnné se používá znak :=. Pokud proměnné ještě nebyla přiřazená číselná hodnota dá se také použít znak =.

Jelikož Mathcad standardně používá jednotky, není dobré používat proměnné se stejným názvem jako mají jednotky. Např. hmotnost tělesa je lepší označit proměnnou mass, případně hmotnost, než jen m - což je taktéž jednotka metr.

U definování názvů proměnné se hodí nepoužívat háčky a čárky, případně speciální znaky.

$$\text{promenna} := 3$$

$$\text{promenna} = 3$$

### Definování vlastní funkce

$$\text{funkce}(x) := \frac{x + 1}{x^2 - 1}$$

$$\text{funkce}(2) = 1$$

## Řešení rovnic a nerovnic

### Řešení rovnice

$$x + 3 = 4 \text{ solve, } x \rightarrow 1$$

Given

$$x + 3 = 4$$

$$\text{Find}(x) \rightarrow 1$$

$$\sin(x) + \cos(x) = 1 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$$

$$\sin(x) + \cos(x) = 1 \text{ solve, } x, \text{ fully} \rightarrow \begin{cases} \begin{pmatrix} 2 \cdot \pi \cdot _n \\ \frac{\pi}{2} + 2 \cdot \pi \cdot _n \end{pmatrix} & \text{if } _n \in \mathbb{Z} \wedge _n \in \mathbb{Z} \\ \text{undefined} & \text{otherwise} \end{cases}$$

### Řešení soustavy rovnic

Given

$$x + y = 1$$

$$x - y = 2$$

$$\text{Find}(x, y) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

### Řešení nerovnice

$$|x + 1| < 2 \text{ solve, } x \rightarrow -3 < x < 1$$

### Řešení rovnice s podmínkami

$$x^3 - 1 = 0 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3} \cdot i}{2} \\ -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3} \cdot i}{2} \end{pmatrix} \quad x^3 - 1 = 0 \left| \begin{array}{l} \text{solve, } x \\ \text{assume, } x = \text{real} \end{array} \right. \rightarrow 1$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} \text{solve} \\ \text{assume, } x > 0 \end{array} \right. \rightarrow 2$$

### ***Rovnice s parametrem (navíc)***

$$a \cdot x = b \text{ solve, } x, \text{ fully} \rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{b}{a} \text{ if } a \neq 0 \\ \text{undefined if } b \neq 0 \wedge a = 0 \\ \_c1 \text{ if } a = 0 \wedge b = 0 \wedge \_c1 \in \mathbb{C} \end{array} \right.$$

## **Úprava výrazů**

### ***Zjednodušení výrazu***

$$\frac{x^3 - 1}{x - 1} \text{ simplify} \rightarrow x^2 + x + 1$$

### ***Rozklad výrazu***

$$(x - 1)^3 \text{ expand} \rightarrow x^3 - 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 1$$

### ***Složení výrazu***

$$x^3 - 3 \cdot x^2 + 3 \cdot x - 1 \text{ factor} \rightarrow (x - 1)^3$$

### ***Převedení na společného jmenovatele***

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} \text{ collect} \rightarrow \frac{2 \cdot x}{x^2 - 1}$$

### ***Rozklad na parciální zlomky***

$$\frac{2 \cdot x}{x^2 - 1} \text{ parfrac} \rightarrow \frac{1}{x - 1} + \frac{1}{x + 1}$$

## Vektory a matice

### Vektory

#### Zápis vektoru

Vektor se vloží jako matice s jedním sloupcem. Matici je možné vložit pomocí příslušné palety, případně pomocí nabídky Insert/Matrix, nebo klávesovou zkratkou CTRL + M.

$$\text{vektor} := \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

#### Složka vektoru

Pozor! složky vektorů a matic jsou číslovány od 0. Číslování od 1 se dá nastavit příkazem ORIGIN, případně v nabídce Tools/Worksheet Options/Build-in Variables/Array Origin.

$$\text{vektor}_0 \rightarrow 3$$

#### Velikost vektoru

Vloží se jako symbol absolutní hodnoty.

$$\left| \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right| = 3.742$$

#### Skalární součin

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2$$

#### Vektorový součin

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

## Matice

#### Zápis matice

$$\text{matice} := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

#### Složky matice

$$\text{matice}_{0,1} \rightarrow 2$$

**Determinant matice**

$$\left| \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \right| = -5$$

**Vlastní čísla**

$$\text{eigenvals} \left( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \right) \rightarrow \begin{pmatrix} \sqrt{6} + 1 \\ 1 - \sqrt{6} \end{pmatrix}$$

**Stopa matice**

$$\text{tr} \left( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \right) \rightarrow 2$$

**Vlastní vektory**

$$\text{eigenvecs} \left( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \right) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{3} & -\frac{\sqrt{6}}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Vlastní vektor příslušící danému vlastnímu číslu**

$$\text{eigenvec} \left[ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \sqrt{6} + 1 \right] \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{6}}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Integrální a diferenciální počet*****Limity*****Limita**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1} \right) \rightarrow -1$$

**Limita zleva**

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^3} \rightarrow -\infty$$

**Limita zprava**

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3} \rightarrow \infty$$

**Derivace**

První derivace

$$\frac{d}{dx}(x^3) \rightarrow 3 \cdot x^2$$

Vyšší derivace

$$\frac{d^3}{dx^3}(x^3) \rightarrow 6$$

Derivace podle více proměnných

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{d}{dy} [y^2 \cdot (x^3 + y)] \right] \rightarrow 6 \cdot x^2 \cdot y$$

**Integrály**

Neurčitý integrál

$$\int \sin(x) dx \rightarrow -\cos(x)$$

Určitý integrál

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) dx \rightarrow 1$$

Numerické počítání integrálů

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{x} dx = 1.371$$

Vícerozměrné integrály

$$\int \int y \cdot \sin(x) dx dy \rightarrow -\frac{y^2 \cdot \cos(x)}{2}$$

$$\int_0^1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} y \cdot \sin(x) dx dy \rightarrow \frac{1}{2}$$

## Taylorův rozvoj řady

$$\ln(x) \text{ series, } x = 1,5 \rightarrow -1 + x - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \frac{(x-1)^5}{5}$$

## Diferenciální rovnice

**Mathcad nemá obecné řešení diferenciálních rovnic**

### Numerické řešení diferenciálních rovnic

Numerické řešení diferenciální rovnice se provádí od (do) počáteční podmínky do (od) zadaného parametru v příkazu Odesolve. Řešit se dají pouze rovnice 1. stupně. Rovnice vyššího stupně se musí převést na soustavu diferenciálních rovnic prvního stupně.

Given

$$y'(x) + \frac{y(x)}{1+x} = e^{-x}$$

$$y(5) = 1$$

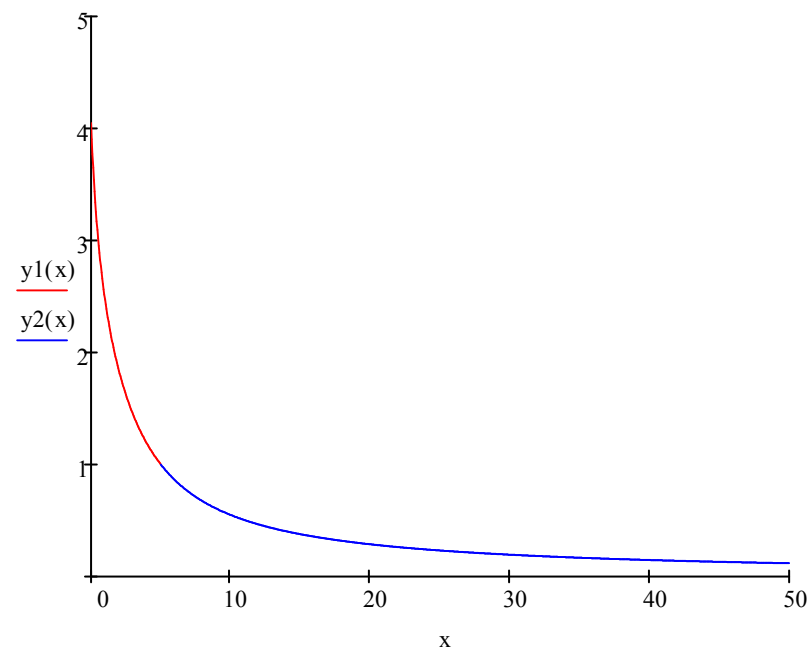
$$y1 := \text{Odesolve}(x, 0)$$

Given

$$y'(x) + \frac{y(x)}{1+x} = e^{-x}$$

$$y(5) = 1$$

$$y2 := \text{Odesolve}(x, 50)$$





Given

$$\frac{d}{dx}y(x) + \frac{y(x)}{1+x} = e^{-x}$$

$$y(5) = 1$$

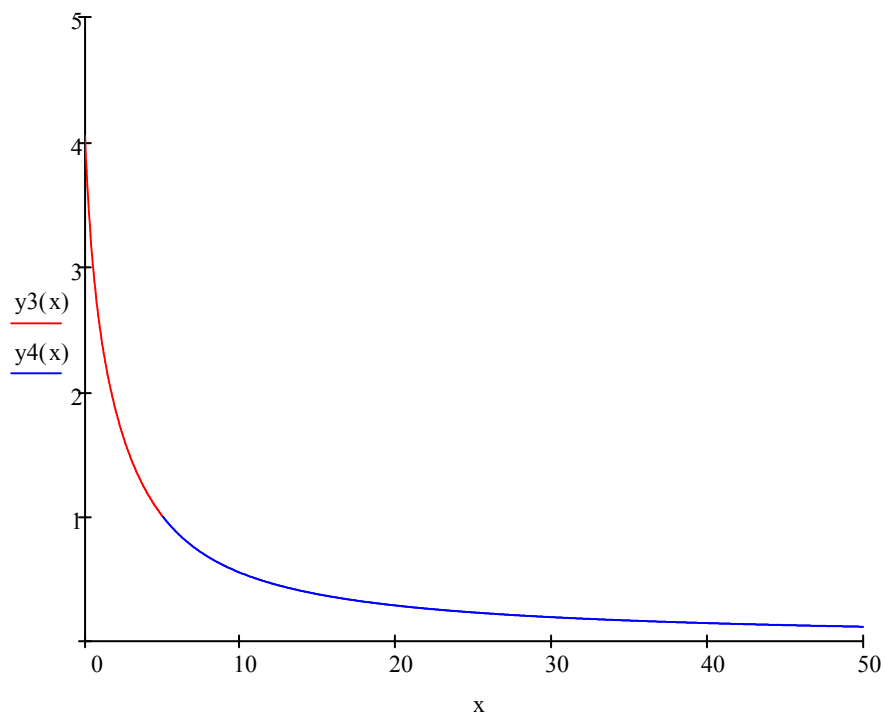
$$y3 := \text{Odesolve}(x, 0)$$

Given

$$\frac{d}{dx}y(x) + \frac{y(x)}{1+x} = e^{-x}$$

$$y(5) = 1$$

$$y4 := \text{Odesolve}(x, 50)$$



## Posloupnosti a řady

### Posloupnosti

$$i := 1..10$$

$$i^2 \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \\ 16 \\ 25 \\ 36 \\ 49 \\ 64 \\ 81 \\ 100 \end{pmatrix}$$

### Řady

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{n^2} \rightarrow \frac{1968329}{1270080}$$

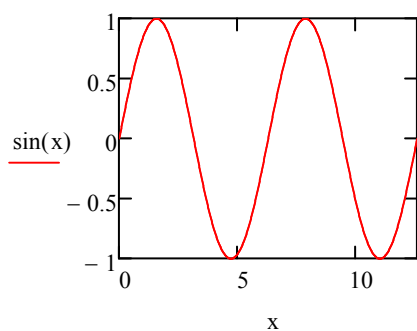
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \rightarrow \frac{\pi^2}{6}$$

## Grafy 2D a 3D

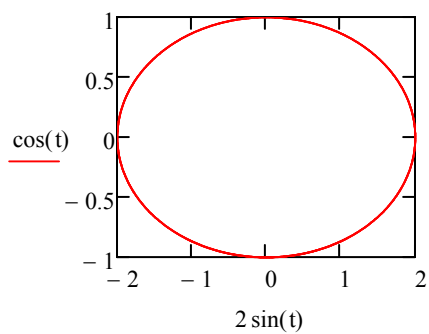
Grafy se dají vkládat pomocí panelu Graph, případně pomocí nabídky Insert/Graph.

### Grafy 2D

Graf x,y



## Parametrický graf



## Graf na zobrazení dat

Tabulku na data vytvoříme pomocí nabídky Insert/Data/Table.

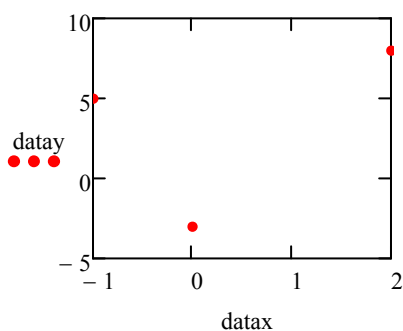
data :=

	0	1
0	0	-3
1	2	8
2	-1	5

datax := data<sup><0></sup>

datay := data<sup><1></sup>

Aby se v grafu zobrazovaly body je nutné to nastavit v nastavení grafu - Properties/Traces/trace1/type - Points. Také je dobré zvětšit velikost bodů.



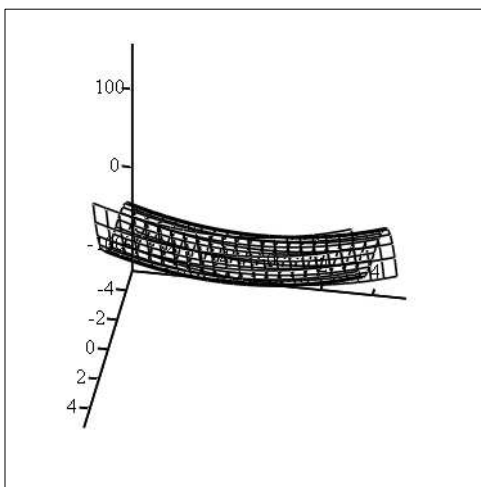
**Grafy 3D**

Graf x,y,z

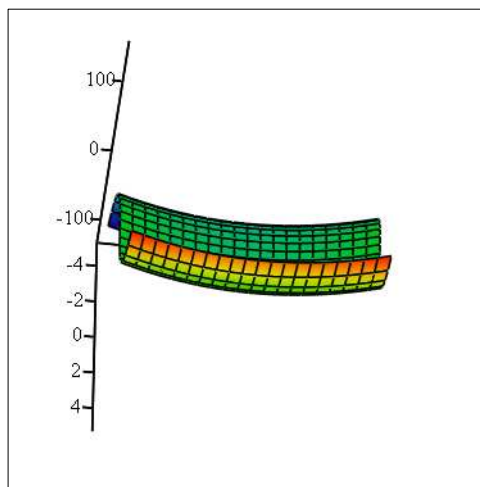
$$x := -3..3 \quad y := -5..5$$

$$f(x,y) := x^3 + y^2$$

Vykreslení 3D grafu není příliš přehledné, vyplatí se změnit v nastavení grafu v Appearance/Fill Option na Fill Surface a Color Option na Color Map.



f



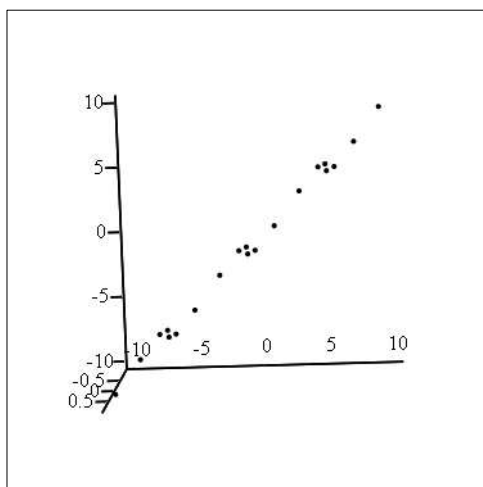
f

## Parametrický graf - křivka

Mathcad nemá přímo parametrický graf 3D, který by vykresloval spojitou křivku. Je však možné vykreslit křivku jako množinu bodů. Pro zobrazení se používá 3D Scatter Plot.

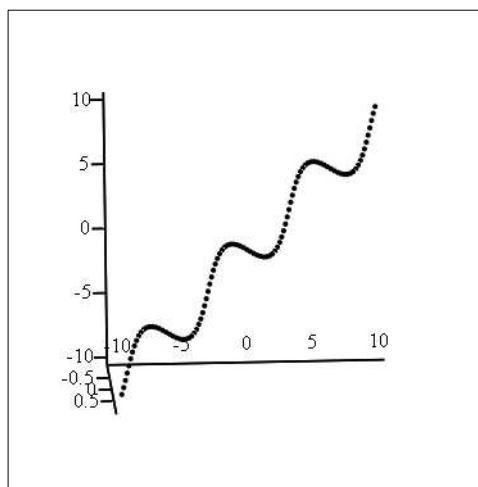
$$\text{predpis}(t) := \begin{pmatrix} \sin(t) \\ t \\ t \end{pmatrix}$$

`krivka := CreateSpace(predpis, -10, 10)`



krivka

`krivka2 := CreateSpace(predpis, -10, 10, 100)`



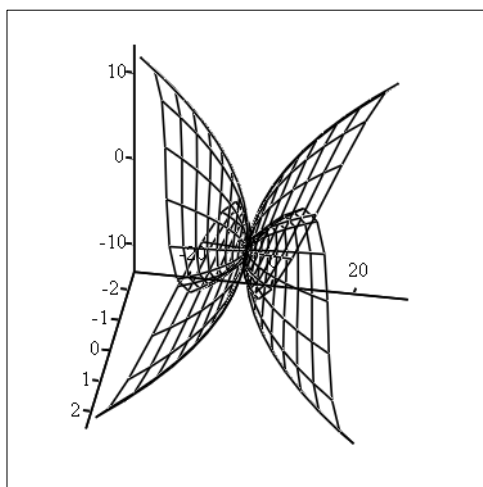
krivka2

## Parametrický graf - plocha

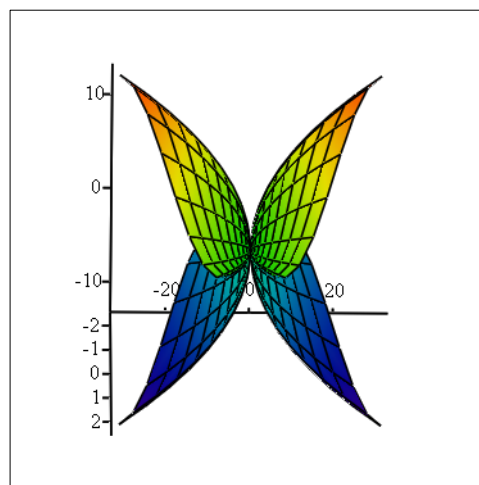
$$\text{predpis2}(t,u) := \begin{pmatrix} u \cdot \sin(t) \\ t \cdot u^2 \\ u \cdot t \end{pmatrix}$$

$\text{plocha} := \text{CreateMesh}(\text{predpis2}, -5, 5, -2.5, 2.5)$

Vykreslení 3D grafu není příliš přehledné, vyplatí se změnit v nastavení grafu v Appearance/Fill Option na Fill Surface a Color Option na Color Map.



plocha



plocha

### Zobrazení více typů grafů v jednom

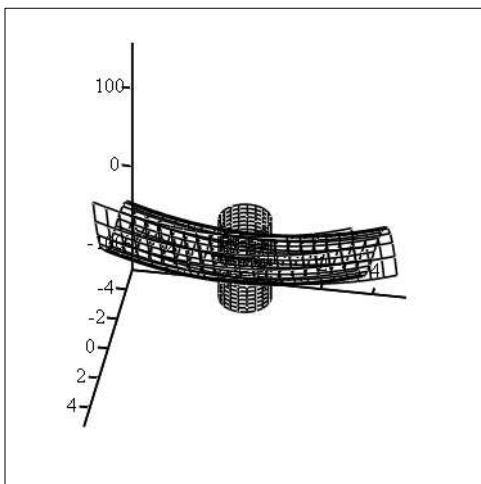
Vykreslení 3D grafu není příliš přehledné, vyplatí se změnit v nastavení grafu v Appearance/Fill Option na Fill Surface a Color Option na Color Map, případně zesílit tloušťku čar v Line Option a také zapnout Lighting.

$$x := -3..3 \quad y := -5..5$$

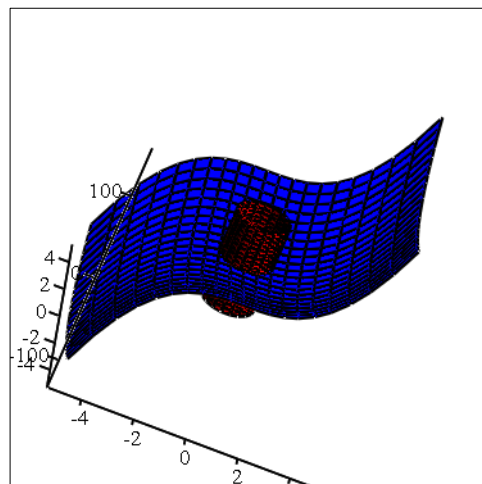
$$f2(x,y) := x^3 + y^2$$

$$\text{predpis3}(t,u) := \begin{pmatrix} \sin(t) \\ \cos(t) \\ u \end{pmatrix}$$

$$\text{plocha3} := \text{CreateMesh}(\text{predpis3}, 0, 2\pi, -50, 50)$$



f2, plocha3



f2, plocha3

## Fyzikální jednotky

Mathcad umožňuje používat u proměnných fyzikální jednotky. Jednoduše se jen za číselnou hodnotu dopíše jednotka. Seznam jednotek je možné najít v nabídce Insert/Units. Jelikož Mathcad standardně používá jednotky, není dobré používat proměnné se stejným názvem jako jednotky. Např. hmotnost tělesa je lepší označit proměnnou mass, případně hmotnost, než jen m - což je taktéž jednotka metr.

$$50 \frac{\text{km}}{\text{hr}} = 13.889 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m := 10\text{kg}$$

$$v := 7.9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

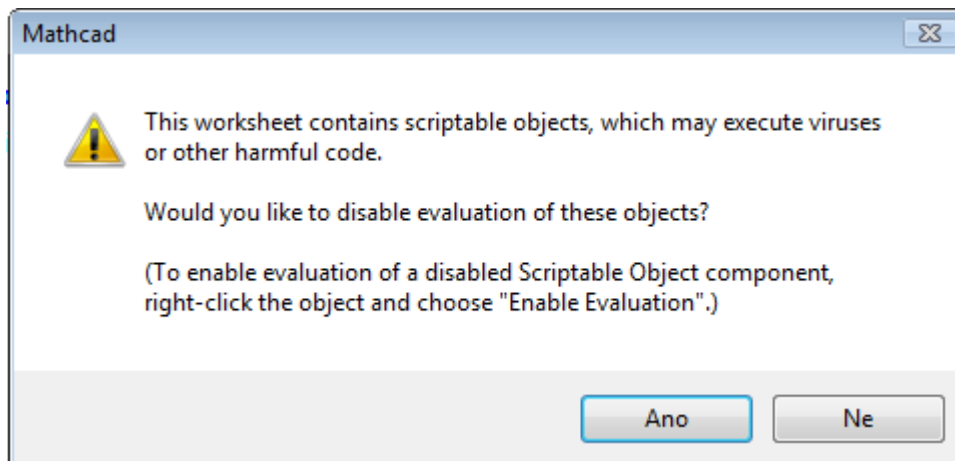
$$E := \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E = 3.12 \times 10^8 \text{ J}$$

## Zajímavosti pro učitele

### Interaktivní změna dokumentu

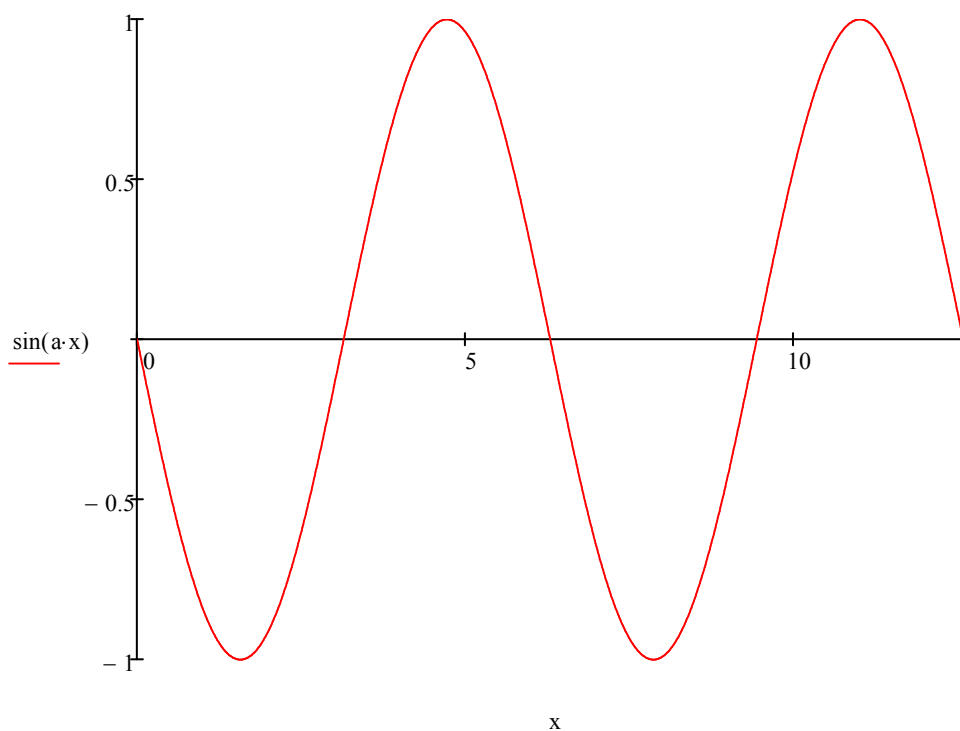
**Pokud jste spuštění pracovního listu zakázali výpočet objektů obsahující skripty je nutné pro používání posuvníků a dalších podobných prvků tyto prvky povolit - kliknutím pravým tlačítkem myši na příslušný posuvník a zvolením nabídky Enable Evaluation.**



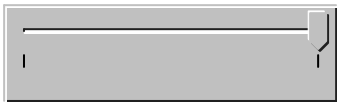


$x := \text{nic}$  Tato část je zde z důvodu "odpřířazení" proměnné  $x$ . Pokud proměnné přiřadíme jinou proměnnou, která není definována, odstraní se její číselné hodnoty. Výrazem  $x := x$ , se proměnná  $x$ , "odpřířadí" pro symbolické výpočty.

$a :=$



$n :=$



$$e^x \text{ series, } x = 0, n \rightarrow 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^6}{720} + \frac{x^7}{5040} + \frac{x^8}{40320} + \frac{x^9}{362880}$$

**Převedení na html**

Worksheet je možné převést na www stránku pomocí nabídky File/Save as Web Page.

**Převedení na formát rtf**

Worksheet je možné převést na rtf formát pomocí nabídky File/Save as na následného formátu uložení jako rtf. Export nepracuje ideálně, za každým znakem obsahující háček, případně kroužek, vloží mezeru.

**Závěrečné shrnutí**

Výše nastíněné funkce jsou jen základní funkce programu, které by měl student znát, pro snadnější práci s programem během studia. Samozřejmě, že Mathcad nabízí více funkcí a také ke všem funkcím je nápověda (v angličtině). Mnoho funkcí jako např. grafy případně rovnice mají množství nastavení, které můžeme nastavit tak, aby výsledek odpovídal našemu očekávání (např. změnit vzhled grafu, případně nastavit podmínky pro řešené rovnice).

**Doporučená literatura**

Maxfield B.: Engineering with Mathcad, Elsevier, 2006

Maxfield B.: Essential Mathcad, Elsevier, 2009

**Odkazy**

<http://www.ptc.com/>

<http://www.ptc.com/products/mathcad/>

<http://www.ptc.com/appserver/mkt/products/resource/mathcad.jsp>