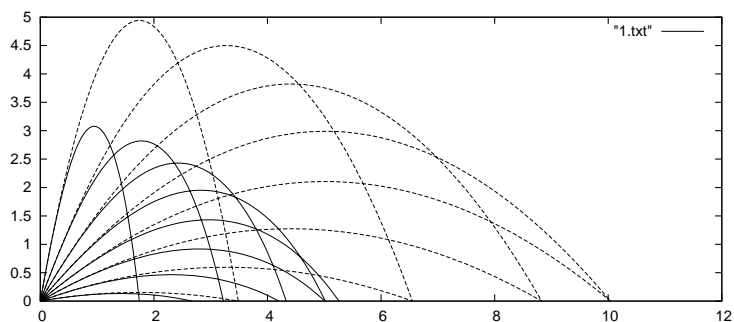


Zadání příkladů pro cvičení z předmětu Programování pro fyziky

Úloha č. 4 — 15. prosince 2008

Studujte pohyb míčku pro stolní tenis ve vzduchu. Řešte úlohu šikmého vrhu a určete do jaké délky lze míček odpálit danou počáteční rychlostí z rozmezí 0 až 200 m s^{-1} a jaký úhel odpalu je třeba zvolit, aby míček doletěl co nejdále.

1. Namalujte obrázek srovnávající trajektorie šikmého vrhu ve volném a odporujícím prostředí pro $v = 10 \text{ m s}^{-1}$ a úhel odpalu $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, \dots, 80^\circ$.
2. V dalším obrázku naleznete a vykreslete trajektorie s největším doletem míčku pro $v = 10, 30, 50, \dots, 130 \text{ m s}^{-1}$.
3. Namalujte závislosti potřebné rychlosti a optimálního úhlu na délce doletu v uvažovaném rozmezí rychlostí.



Obrázek 1. Vrh šikmý ve vakuu a ve vzduchu.

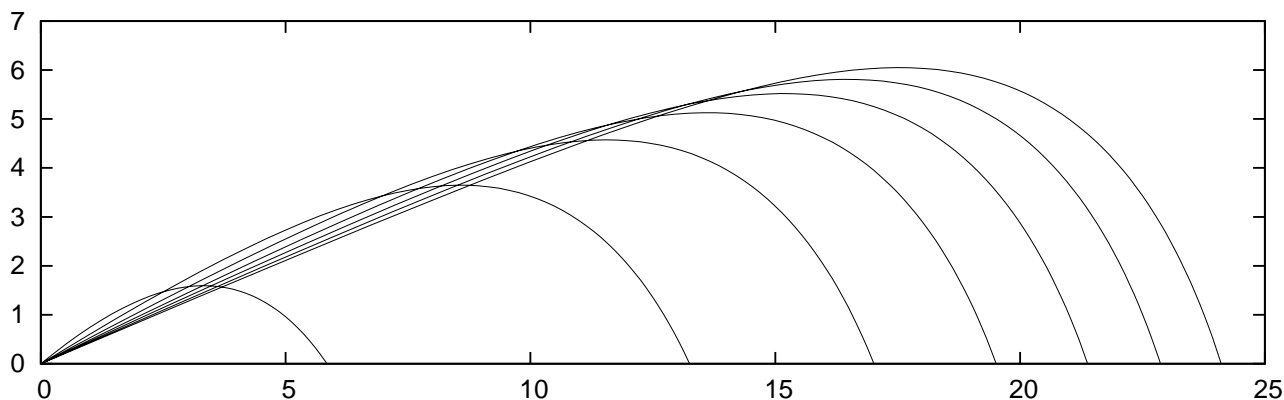
Trocha mechaniky: Pohybová rovnice míčku o hmotnosti $m = 2.7 \text{ g}$ v homogenním tíhovém poli \vec{g} a odporujícím prostředí má obvyklou podobu

$$m\ddot{\vec{x}} = m\vec{g} + \vec{F}_{\text{vzd}},$$

kde F_{vzd} je síla, kterou je míček brzděn vzduchem. Předpokládáme bezvětří a brzdnou sílu pak počítáme z obvyklého vztahu

$$\vec{F}_{\text{vzd}} = -\frac{1}{2}C_D\pi a^2\rho|\vec{v}|\vec{v},$$

tedy že síla je úměrná kvadrátu rychlosti \vec{v} , má opačný směr než rychlost a je dána poloměrem míčku $a = 2 \text{ cm}$, hustotou vzduchu $\rho = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$ a koeficientem C_D zahrnujícím charakter proudění okolo míčku. Předpokládejte, že uvedeném rozsahu rychlostí lze pro obvyklý míček brát $C_D = 0.5$.



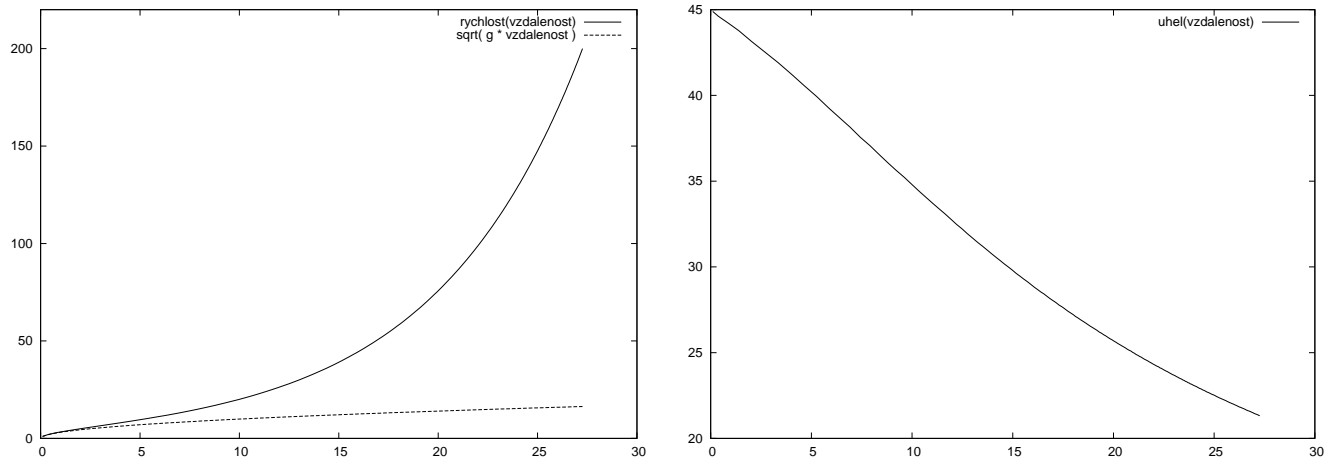
Obrázek 2. Trajektorie nejdelšího vrhu pro počáteční rychlosti $v = 10, 30, 50, \dots, 130 \text{ m s}^{-1}$.

Návod k řešení: Při řešení pohybové rovnice lze postupovat podle návodu ze cvičení, který je dostupný na adrese <http://utf.mff.cuni.cz/~ledvinka>. Dolet míčku hledáme tak, že sledujeme jeho pohyb, dokud nespadne pod rovinu $y = 0$. Poté je potřeba opravit jeho polohu do místa, kde tuto rovinu protnul, což lze udělat na základě předpokladu, že se během posledního kroku pohyboval rovnoměrně přímočaře a tedy lze jeho x -ovou polohu zmenšit o $(v_x/v_y)y$. (Tato oprava je konzistentní s použitím metody prostředního bodu, lepší metodu řešení pohybové rovnice bychom pak museli doplnit i o lepší metodu hledání průsečíku trajektorie s rovinou dopadu.)

Poté, co dokážete řešit pohybovou rovnici (a to i bez hledání průsečíku), umíte i nakreslit Obrázek 1. Při hledání optimálního úhlu vrhu míčku je potřeba použít nějaký iterační postup. Navrhuji jednoduše pochopitelnou, ale přitom dostatečně efektivní metodu dělení intervalu na třetiny. Začnete třeba s intervalem $0^\circ..90^\circ$ a zjistíte, zda je větší

hodnota doletu v první nebo druhé třetině intervalu. Pokud je větší dolet v první třetině (v první iteraci tedy pro úhel 30°), uvažujete v další iteraci nový interval pokrývající první dvě třetiny původního intervalu, (v první iteraci tedy $0^\circ..60^\circ$). Pokud je naopak větší hodnota doletu v druhé třetině intervalu (tedy v první iteraci pro úhel 60°), uvažujete v další iteraci nový interval pokrývající poslední dvě třetiny původního intervalu (tedy $30^\circ..90^\circ$). Pokud funkce nabývá na počátečním intervalu právě jednoho maxima, pak se opakováním tento interval úhlů geometrickou řadou zmenšuje právě v okolí maxima a až dosáhne třeba jedné úhlové minuty, můžete iterace ukončit.

Pro rychlosti $v = 10, 30, 50, \dots, 130 \text{ m s}^{-1}$ naleznete tyto optimální úhly vrhu a stejným postupem jako v bodě 1 namalujete Obrázek 2.



Obrázky 3a, 3b. Potřebné počáteční rychlosti a úhly vrhu do dálky pingpongovým míčkem. Čárkovaně je znázorněna rychlost, jaká by stačila bez vlivu odporu vzduchu.

Nyní je již jen potřeba projít podrobně rychlosti do 200 m s^{-1} a do třech sloupečků vypsat velikost počáteční rychlosti, úhel, s ním míček vylétá, a vzdálenost do které doletí. Obrázky získáte příkazy

```
plot "verjir-drah.txt" with lines
plot "nejdelsi-drahy.txt" with lines
plot "v-fi-h.txt" using 3:1 with lines
plot "v-fi-h.txt" using 3:($2/pi*180) with lines
```

a postscriptovou verzi kteréhokoli z nich pak příkazem

```
set term postscript; set output "nazevsouboru.eps"; replot; set term windows
```

Trajektorie je vhodné malovat v izotropním škálování, které se zapne příkazem `set size ratio -1` a vypne příkazem `set size ratio 0.75`.

Zkontrolujte, že výsledky vašich výpočtů nezávisí na kroku použitým při řešení pohybové rovnice ani na přesnosti při hledání úhlu maximálního doletu tak, že k těmto výpočtům použité konstanty můžete výrazně zpřesnit, aniž by se to projevilo na výsledku výpočtů.

Váš program (v Pascalu) a 4 obrázky mi pošlete jako přílohu na email ledvinka@utf.troja.mff.cuni.cz. Jako subjekt uveďte "Příklad 4". Soubory přiložte nejlépe nekomprimované případně balené pomocí programů zip, tar, gzip a nebo bzip2.