

# Úloha pro cvičení z předmětu Programování pro fyziky

Úloha č. 2 — 10. listopadu 2017

Napište program, který dokáže spočítat, jak se prověsí lana délky  $L = 4, 5$  a  $6$  m zavěšená mezi dva stejně vysoko položené body vzdálené  $d = 3$  m (viz. Obr. 1).

Teorie:

Zavedeme-li souřadnice tak, že počátek je v nejnižším bodě lana, pak rovbovázná poloha lana je popsána grafem funkce

$$y(x) = a \left[ \cosh\left(\frac{x}{a}\right) - 1 \right].$$

Potíže je v tom, že neznáme hodnotu  $a$  odpovídající dané délce  $L$ .

Postup:

1. Napište si funkci  $\cosh(x)$  i když ji lze nalézt v příslušné knihovně, procvičíte si tak m.j., že

$$\cosh s = \frac{e^s + e^{-s}}{2}.$$

2. Napište funkci `PribliznaDelka(d,a,N)`, která rozdělí interval  $x \in \langle -d/2, d/2 \rangle$  na vodorovné ose na  $N$  stejně dlouhých intervalů a spočte pro dané parametry  $d$  a  $a$  délku řetězovky jako délku lomené čáry složené z  $N$  úseček (viz. Obr. 2).

K ověření, že vaše funkce vrací výsledek blízký skutečné délce, můžete užít funkci z bodu 4., kde např.  $l(d=4, a=1) = 7.25372081569$ .

3. Napište funkci `PribliznyPruves(d,L,N)`, která metodou půlení intervalu určí hodnotu parametru  $a$  a následně spočte výšku  $h$  o jakou se lano prověsí. Rovnici, kterou řešíte, lze zapsat  $L - \text{PribliznaDelka}(d, a, N) = 0$ , přičemž neznámou je  $a$ . Průvės je pak rozdíl  $y(d/2) - y(0)$ . Při půlení intervalu můžete začít s intervalem  $a \in \langle a_1, a_2 \rangle$ , kde  $a_1 = d/50$  a  $a_2 = d/\sqrt{L/d - 1}$ .

4. Napište funkci `PresnaDelka(d,a)`, která užívá vzorec pro délku řetězovky

$$l(d, a) = 2a \sinh\left(\frac{d}{2a}\right),$$

kde  $\sinh s = (e^s - e^{-s})/2$ .

5. Napište funkci `PresnyPruves(d,L)`, která metodou tečen určí hodnotu parametru  $a$  a následně spočte výšku  $h$  o jakou se lano prověsí. Při iteraci je vhodné začít s hodnotou  $a = d/6$ , platí, že  $(\sinh x)' = \cosh x$ . Je na vás, zda příslušnou derivaci počítáte uvnitř této funkce, nebo modifikujete funkci `PresnaDelka(d,a)` tak, aby vracela i derivaci atp.

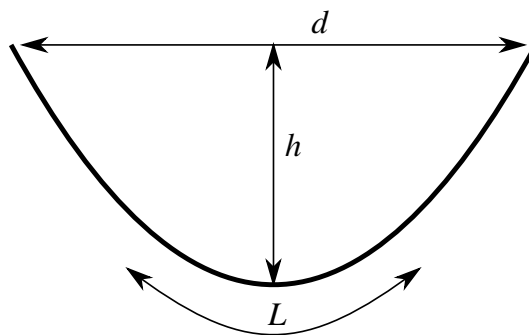
6. V hlavním programu vypište zjištěné výšky prověšení pro  $L = 4, 5$ , a  $6$  m,  $d = 3$  m

a) voláním funkce `PribliznyPruves` s hodnotami  $N = 10, 100, 1000, 10000$ .

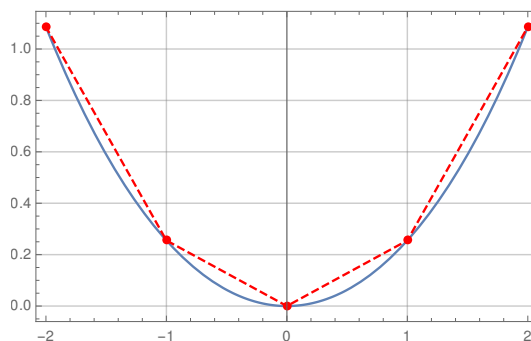
b) voláním funkce `PresnyPruves`.

Váš program (v Pascalu, C) a jeho textový výstup (v podobě pěti řádků o třech sloupcích) mi pošlete jako přílohu na email ledvinka@gmail.com. Soubory přiložte nekomprimované.

Pozn. Úloha má procvičit zejména rozdělení programu na jednodušší funkce, proto jich je v zadání tolik.



Obr. 1: Řetězovka.



Obr. 2: Příklad lomené čáry aproximující řetězovku pro  $N = 4$ .