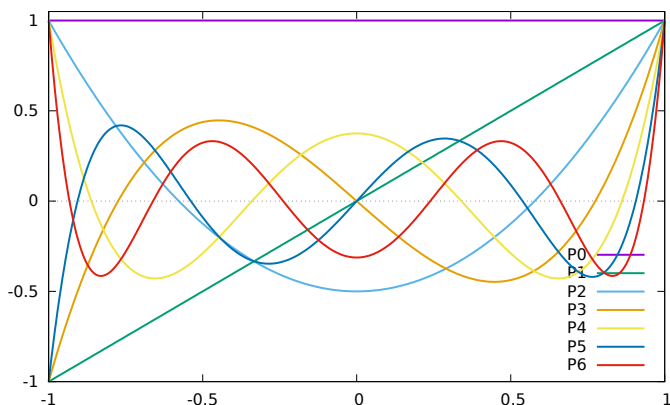


Zadání příkladů pro cvičení z předmětu Programování pro fyziky

Úloha č. 2 — 8. listopadu 2018

Úvod

Na cvičení jsme se seznámili s hledáním kořenů půlením intervalu (bisekcí) a Newtonovou metodou tečen. To si procvičíme nalezením všech kořenů $x_{n,1}, x_{n,2}, \dots, x_{n,n}$ Legenderova polynomu $P_n(x)$. Na obrázku je vidět, že všechny kořeny leží v intervalu $\langle -1, 1 \rangle$:



Napište program, který spočte hodnotu výrazu

$$Q_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{1 - x_{n,k}^2} \quad (1)$$

pro $n = 36$ vypočítanou s použitím obou metod hledání kořenů $x_{n,k}$. Postupujte následovně:

Zadání

- Z webových stránek cvičení získajte kód počítající hodnotu $P_n(x)$.

- Napište funkce `alfa(n,k)` a `beta(n,k)`

$$\alpha_{n,k} = \cos\left(\frac{n-k+1}{n+1}\pi\right), \quad (2)$$

$$\beta_{n,k} = \cos\left(\frac{n-k+\frac{3}{4}}{n+\frac{1}{2}}\pi\right). \quad (3)$$

- Napište funkci `KorenPBisekci(n,k)`, která spočte metodou půlení intervalu k -tý kořen polynomu $P_n(x)$. Počáteční interval zvolte na základě toho, že i když je někdy $\alpha_{n,k} > \beta_{n,k}$ a jindy $\alpha_{n,k} < \beta_{n,k}$, příslušný kořen mezi těmito hodnotami zaručeně leží.

- Napište funkci `KorenPNewton(n,k)`, která spočte metodou tečen k -tý kořen polynomu $P_n(x)$. Počáteční

odhad polohy kořene $x_{n,k}$ zvolte $\beta_{n,k}$. Hodnotu derivace určete s použitím vztahu

$$P'_n(x) = -\frac{n}{1-x^2} [xP_n(x) - P_{n-1}(x)]. \quad (4)$$

(Varování: tento vztah je dostačující pro Newtonovu metodu, obecně ale kvůli zaokrouhlovacím chybám není pro přesný výpočet P'_n vhodný.)

- Napište funkci `FunkceQ(n,jak)`, která spočte hodnotu Q_n podle vzorce (1). Funkce v závislosti na parametru `jak` používá hodnoty kořenů nalezené buď s použitím bisekce nebo Newtonovy metody tečen.

- V hlavním programu zavolejte s oběma hodnotami parametru `jak` funkci `FunkceQ(36,jak)` a oba výsledky vypište.

Doporučený postup

Nejprve ověřte, že vámi nalezený kód pro výpočet hodnot Legenderova polynomu vrací rozumné hodnoty. Vyzkoušejte, že $P_5(0.2) = 0.30752$.

Poté napište funkce `alfa(n,k)` a `beta(n,k)`. Vyzkoušejte, že $\alpha_{6,4} \doteq 0.222521$, $\alpha_{6,5} \doteq 0.62349$, $\beta_{6,4} \doteq 0.239316$, $\beta_{6,5} \doteq 0.663123$.

Následně napište funkci `KorenPBisekci(n,k)` a ověřte, že pro $n = 6$ nalezne s dostatečnou přesností všech šest kořenů ± 0.238619186083 , ± 0.661209386466 , ± 0.932469514203 .

Dále napište funkci počítající podle uvedeného vztahu derivaci Legenderova polynomu $P_n(x)$. Vyzkoušejte, že $P'_5(0.2) = 0.888$.

V dalším kroku napište `KorenPNewton(n,k)` a stejně jako u půlení intervalu ověřte, že pro $n = 6$ vrací správné hodnoty.

Konečně, napište `FunkceQ(n,jak)` a vyzkoušejte, že pro $n = 6$ vrací hodnotu $Q_6 = 21$, protože správnost výpočtů kořenů pro $n = 6$ jste již ověřili, zdrojem případných problémů by měla být jen `FunkceQ(n,jak)` sama. Poté spočtete oběma způsoby hodnotu Q_{36}

Odevzdání řešení

Zdrojový kód pošlete jako přílohu na email `ledvinka@gmail.com`, předmět „NOFY056 Uloha 2“.