

Zadání písemné práce z Klasické elektrodynamiky

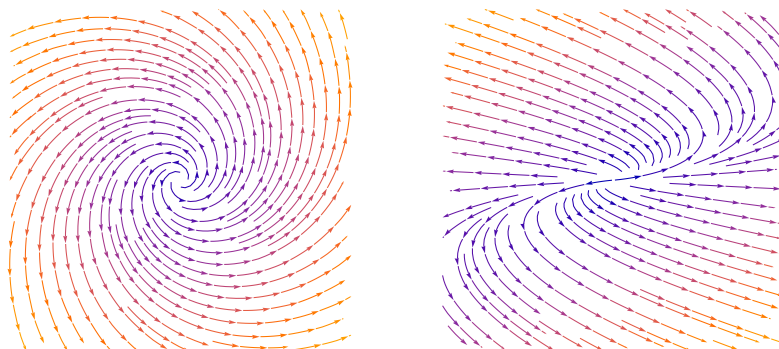
Benedikt Janda

Úloha 1

Nalezněte hodnotu parametru q , pro kterou je

$$\vec{A} = \vec{e}_x ((5q - 1)x^3 + 5qx^2y - 2(10q + 3)xy^2 - y^3) + \vec{e}_y (-2(10q + 3)x^2y - 5qxy^2 + (5q - 1)y^3 + x^3)$$

axiálně symetrické vektorové pole. Povšimněte si, že vektorové pole $\vec{B} = \vec{e}_x(x - 2y) + \vec{e}_y(ax + by)$ je axiálně symetrické jen pro $a = 2$ a $b = 1$.



Vektorové pole \vec{B} pro $a = 2$ a $b = 1$. Vektorové pole \vec{B} pro $a = 2$ a $b = 0$.

Úloha 2

K měření atmosférického elektrického pole se používají přístroje měřící náboj indukovaný na uzemněné elektrodě vystavené působení tohoto pole. Nejsilnější pole vyvolávají bouřkové mraky, a protože v takové situaci často prší (padající kapky nesou elektrický náboj a voda svojí vodivostí komplikuje elektrostatická měření), je pro snížení „rušení“ přístroj otočen tak, že měřící elektroda míří směrem k zemi. Přesvědčte se nalezením příslušného poměru, že ačkoli by podobná ochrana před povětrnostními vlivy nebyla rozumná např. u dalekohledu, zákony elektrostatiky dovolují měřit pole elektrických nábojů v mracích i při „pohledu“ do země.

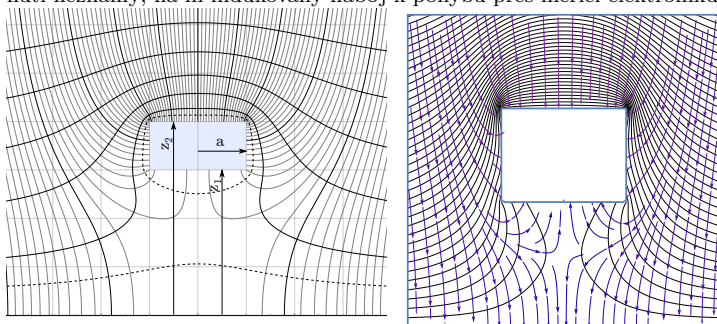
Uvažujte modelový problém, kdy pole neznámého rozložení náboje na povrchu (zhruba) válcového přístroje nahradíte polem dvou známých plošných zdrojů, jaké jsme našli při řešení pole vodivého disku.

Vyberte vhodné parametry zdrojů, aby podle vás odpovídaly poli uzemněného válce o poloměru $a = 150\text{mm}$ a výšce spodní resp. horní podstavy nad zemí $z_1 = 500\text{mm}$ a $z_2 = 710\text{mm}$. Zdroje v podobě disků uvažované v našem přibližném modelu umístěte do každé z podstav válce, u disků pak předpokládejte neznámé náboje Q_1, Q_2 .

Dále předpokládejte, že země je rovina s potenciálem 0V a že neporušené atmosférické pole má intenzitu $E_x = E_y = 0, E_z = 200\text{V/m}$.



Ukázka konstrukce měřící elektrody (vlevo) a aktuálního umístění přístroje v terénu (vpravo). Princip přístroje spočívá v tom, že rotující uzemněná clonka střídavě zakrývá a odkrývá měřící elektrodu, čímž donutí neznámý, na ní indukovaný náboj k pohybu přes měřící elektroniku.



Pole uzemněného válce vystaveného homogennímu poli (vlevo) a jeho modelu (vpravo) založeného na superpozici dvou polí vodivých disků (a jejich obrazů „pod zemí“). Superponované pole samozřejmě již není v místě disků k nim kolmé, ale jako jednoduchý model skutečného pole válce je pro úlohu do písemky dostačující. Povšimněte si siločar spojujících oblohu a spodní podstavu válce.

- Jak se v rovnicích projeví přítomnost *atmosférického elektrického pole* a jak vodivá země pod přístrojem?
- Jak získáte *rovnice* pro neznámé náboje Q_1, Q_2 ? Jak tyto rovnice souvisejí s tím, že oba „disky“ mají nahradit vodič ve tvaru válce?
- Jaké jsou číselné hodnoty nábojů Q_1, Q_2 uvažovaných diskových zdrojů?
- Jaký *poměr* toků elektrického pole skrz horní a dolní podstavu válce dává váš model? Uveďte jak postup a předpoklady výpočtu, tak i číselnou hodnotu poměru. Protože jde o přibližný model, lze výpočet provést přibližně. Použitá zjednodušení nezapomeňte zdůvodnit.

Úloha 3

Uvažujte kouli o poloměru a , v níž je celkový náboj Q sféricky symetricky rozmístěn tak, že potenciál elektrostatického pole má tvar (samozřejmě, $r = |\vec{r}|$)

$$\Phi(r) = \begin{cases} Ar^2 + B + \frac{C}{r} & 0 < r < \frac{a}{2} \\ \frac{D}{r^2} + E & \frac{a}{2} < r < a \end{cases}.$$

Dále platí, že nikde uvnitř koule nejsou žádné plošné ani bodové náboje. Žádné náboje se pak nenacházejí vně koule. Elektrický náboj má tedy podobu objemové nábojové hustoty nenulové jen uvnitř koule.

a) Nalezněte hodnotu konstant A, B, C, D pokud znáte celkový náboj Q .

Předpokládejme nyní, že koule je mírně vodivá a veškerý náboj se časem přestěhuje na její povrch.

b) Nalezněte potenciál uvnitř koule, který bude odpovídat situaci, kdy všechen náboj skončí na jejím povrchu v podobě konstantní plošné nábojové hustoty.

c) Nalezněte rozdíl energií obou konfigurací pole, tedy energii, která se při stěhování náboje přemění v teplo.

Může se hodit

$$\iiint_{r < \frac{a}{2}} r^n d^3x = \frac{4\pi}{n+3} \left(\frac{a}{2}\right)^{n+3}, \quad \iiint_{\frac{a}{2} < r < a} r^n d^3x = \frac{4\pi}{n+3} \left[a^{n+3} - \left(\frac{a}{2}\right)^{n+3} \right].$$

Úlohy vypracujte samostatně a odevzdejte elektronicky do pondělí 8.4. 9:45 prostřednictvím modulu „Studijní mezivýsledky“ SISu nebo fyzicky v pondělí 8.4. v 9:50 v učebně T1.